

*Oben Mario Merz: Galerie nächst St. Stephan (Hsg.), Wien*

PETER WEIBEL  
KURIOSA DER ZAHLEN-  
KUNDE UND DIE NUMERI-  
SCHE SENSIBILITÄT  
kurz gefaßt und leicht faßlich dargestellt

(1984)

S. 95-124

I. 136-138

*Ich blicke euch an, ihr Zahlen,  
und ihr erscheint mir verkleidet als Tiere, in euren Fellen,  
die Arme gestützt auf ausgerissene Eichen.  
Ihr gebt mir Einheit zwischen  
der Schlangenbewegung  
des Weltalls und dem Tanz  
der Waagschalen,  
ihr erlaubt mir,  
die Jahrhunderte zu verstehen als  
Zähne eines schnellen Gelächters.  
Meine Augen sind aufgerissen, begierig  
ALLES zu wissen, was ICH ist,  
wann der Teiler zur Eins schrumpft.*

*Velimir Chlebnikov, geschrieben vor 1913*

*Zahlen in Expansion sind ebenso wirklich  
wie Tiere, die sich vermehren  
Die Zahlen vermehren sich wie die Tiere  
Die Tiere vermehren sich wie die Zahlen  
In Bewegung sind die mathematischen und  
die physikalischen Gesetze wirkliche Tiere  
Die Zahlen sind lebende Tiere*

*Mario Merz, 1970*

*Symbole, Persönlichkeiten, Zahlen*

*Man muß kein fanatischer Numerologe sein, um daran zu glauben, daß einige Zahlen „Persönlichkeit“ haben. Wer wird nicht darein übereinstimmen, daß die Zahl 13 einen dubiosen Charakter hat, der Unglück verspricht, schwärzer als der Schatten eines schwarzen Rabens. Die Zahl 7 hat seit alters die Reputation, magisch zu sein: die 7 Schöpfungstage, die 7 Todsünden, die 7 Säulen der Weisheit, 007, der Agent, die 7 Weltwunder, die 7 Zwerge, das Buch mit 7 Siegeln, die 7 Planeten, welche die Namen unserer 7 Wochentage lieferten, das verfluchte 7. Jahr, die 7 Leben der Katze, die 7 hebräischen Namen Gottes, usw. Erst Galileo hat uns erklärt, was schon viel früher bekannt war: Die hohe Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln eine 7 zu würfeln. Die Zahl 3 gilt nicht erst seit den 3 Grazien oder der Trinität von Vater, Sohn und Heiliger Geist heilig, sondern schon Pythagoras nannte sie die vollkommene Zahl, da sie den Anfang, die Mitte und das Ende ausdrücke. Selbstverständlich hat man auch einige Beziehungen zwischen Erotik und Mathematik festgestellt, und selbstverständlich in Wien.<sup>1</sup> So wurden die geraden Zahlen mit weiblichen und die ungeraden Zahlen mit männlichen Eigenschaften versehen, und vice versa, je nach Kultur und*

Erfahrung. Von den Ägyptern bis zu Aristoteles galt die Einheit als Mutter und Ursprung aller Zahlen, ohne selbst eine Zahl zu sein. 1839 veröffentlichte der französische Mathematiker M. Vincent in seiner Arbeit über den Ursprung der Zahlen, die auf den Pythagoräern und Boethius fußte, die Vermutung, daß die ersten 3 Ziffern die Geschlechter und deren Vereinigung versinnbildeten, „indem sie als charakteristische Körperteile der Frau und des Mannes und dann die Drei als deren Vereinigung gedeutet worden seien“. Die Neun deutete Vincent als Thyphallus, als Zeichen der männlichen Kraft. Denn die Neun ist die Quadratzahl der Drei, die ihrerseits die Vereinigung des männlichen und weiblichen Prinzips darstellt. Das Quadrat oder die zweite Potenz wurde bei den Griechen kurzweg Potenz genannt. Na also! Neben dieser Hypothese, die Entstehung der Namen und Zeichen der Zahlen mit dem sexuellen Leben in Zusammenhang zu bringen, erfreute sich eine andere einer großen Verehrung, nämlich die Zahlen mit Lastern und Tugenden zu verbinden.

So schreibt im 15. Jahrhundert Luca Pacioli in seiner „Divina Proportione“: „Die vollkommenen Zahlen endigen abwechselnd mit 6 und 8 und können eine andere Randziffer nicht haben, denn die Traurigen leben ordnungslos, die Guten und Vollkommenen bewahren immer die vorgeschriebene Ordnung“. Die Triaden 4, 5, 6 und 7, 8, 9 in der Folge von 1, 2, 3 repräsentierten demnach Güte, Gerechtigkeit, Schönheit und Größe, Gesundheit, Kraft.

Die Vier, für die Pythagoräer der „Schlüssel der Natur“, sei als Beispiel der naturwissenschaftlichen, kosmologischen Symbolik der Zahlen erwähnt.



Die Griechen wie die Chinesen um das Jahr 1120 v. Chr. haben laut Montucla's „Histoire des mathématiques“ das Weltall aus den ersten vier geraden und den ersten vier ungeraden Zahlen zusammengesetzt. Die ersten vier ungeraden Zahlen stellen dabei die reinen und himmlischen Elemente dar, die geraden entsprechen denselben Elementen mit irdischer Unreinheit verbunden. Das Weltall, die Verbindung aller himmlischen und irdischen Elemente, wurde also durch die Zahl 36 dargestellt, d. h. die Summe dieser 8 Zahlen.<sup>2</sup> Die meisten dieser Zahlen haben also „Persönlichkeit“, die von außen, von Menschen, von der Ideologie, von der Erfahrung an sie herangetragen werden. Doch gibt es auch Zahlen, die von innen her sozusagen interessante Eigenschaften haben, Zahlen, die inhärente Persönlichkeit haben, z. B. wie die Primzahlen.

Vorliegende Arbeit versucht, das Wesen der Kunst von Mario Merz aus dem Wesen der Zahl zu verstehen. Da die Fibonacci-Zahlen in Merz' Werk eine so zentrale Rolle spielen, ist dieser Versuch nicht gänzlich inadäquat. Mein Erklärungsmodell von Merz' Kunst besteht darin, in der Entfaltung der Eigenschaften von Zahlen Eigenschaften von Merz' Kunst zu beschreiben. Es zeigt die Tiefe von Merz' Werk, wie tief sein Verständnis für das Wesen der Zahl ist. Das gleichsam lebendige Eigenleben der Zahlen („Die Zahlen vermehren sich wie die Tiere... die Zahlen sind lebende Tiere“) dient Merz nicht als Sprungbrett für Symbole, sondern wir werden sehen, wie Merz aus dem fortschreitenden Verständnis für die Zahl sein Werk weiterentwickelt. Mein Erklärungsmodell ist also gewissermaßen generato-

risch, da es Merz' Werk von innen her Schritt für Schritt in seiner Entwicklung, in seiner Kohärenz, in seiner Logik des Lebendigen beschreibt.

Die Begriffe, die bei der Analyse der Zahlenmerkwürdigkeiten auftauchen, werden zu Begriffen für die Analyse von Merz' Kunst. Es genügt dabei aber nicht, sich auf die Fibonaccizahlen zu beschränken, da der Sinn der Fibonaccizahlen sich erst in einer vergleichenden Untersuchung mit anderen Reihenspielerien und Zahlenkuriosa erschließt.

Bereits bei diesen einleitenden Bemerkungen haben sich aus den Eigenschaften der Zahlen andere Eigenschaften ableiten lassen bzw. sind ihnen zugeordnet worden, wie z. B. männlich – weiblich, Laster – Tugend, ordnungslos – Ordnung, irdisch – himmlisch.

Es wäre nun aber nicht Zweck meiner Abhandlung, weitschweifig zu sagen, Merz' Werk beschäftige sich mit der irdischen Unordnung und der himmlischen Ordnung. Meine Absichten sind präziser, zielen darauf, Etiketten, welche Merz' Werk von der Kunstkritik verliehen werden (Archaik, Irrationalismus), einen präziseren Sinn zu geben, oder neue Kennzeichnungen hervorzuholen.

Die Reise ins Land der lebenden Zahlentiere ist eine Reise ins Merzland.

#### PRIMZAHLEN

Für mich haben die PRIMZAHLEN am meisten „Persönlichkeit“, denn sie sind ein Paradebeispiel für jene Kuriosa der Zahlenkunde, die jenseits ihrer Merk-Würdigkeiten, die der Aberglaube so gerne unter seine Fittiche nimmt, zu fundamentalen Einsichten in die Natur der Zahlen und zu komplexen Theoremen der Zahlentheorie geführt haben.<sup>3</sup>

Eine natürliche Zahl  $p$  heißt Primzahl, wenn  $p \neq 1$  ist und wenn nur die (trivialen, positiven) Teiler  $+1 + p$  hat. Primzahlen sind also die positiven ganzen Zahlen, also die natürlichen Zahlen, die nur durch sich selbst oder 1 teilbar sind, also unzerlegbare Zahlen. PZ sind ... 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29... 229, ... 5693, ... 199 999, ... bis unendlich. Euklid hat bereits vor 2300 Jahren gezeigt, daß es keine Grenze für die Primzahlen gibt. Es gibt nur die größte bekannte Primzahl.

Es gibt auch ganze Bücher, die nur aus der Auflistung aller bisher bekannten Primzahlen bestehen. Ein 8-bändiges Werk, das alle Primzahlen wenn auch fehlerhaft von 2 bis 100 330 201 aufzählt, das sind 5 761 456 Primzahlen, gibt es in Wien von Kulik, der fast sein ganzes Leben darüber verbracht hat.

Vor einiger Zeit haben C. L. Baker und F. J. Gruenberger von der Rand Corporation auf einem Computer die ersten 6 Millionen Primzahlen, von 2 bis 104 395 289, berechnet. Die gegenwärtig größte Primzahl ist 286243-1 (Notices of the American Math. Soc. 30, August 1983, S. 475).

So wie es Methoden gibt, zu testen, ob eine gegebene Zahl eine Primzahl ist, so gibt es auch Methoden, Primzahlen zu erzeugen, z. B. durch die Robinson-Formel, mit der man bei weitem nicht alle, aber zumindest eine Gruppe innerhalb der Primzahlen erzeugen kann:  $R(k, n) = 2^n k + 1$ . Für bestimmte Werte von  $k$  und  $n$  erzeugt diese Formel Primzahlen. Für  $k=5$  und  $n=1947$  erhalten wir die größte bekannte Robinson-PZ (PZ ist Primzahl), die 586 Ziffern hat. Eine zweite Formel, die einige PZ erzeugt, stammt von Fermat:  $2^{2^n} + 1$ . Fermat glaubte, diese Formel würde für alle Werte von  $n$  eine PZ erzeugen, doch wurden bisher nur 5 PZ gemäß dieser Formel entdeckt, nämlich 3, 5, 17, 257 und 65537.

Im Alter von 19 Jahren hat Carl Friedrich Gauss 1798 eine interessante Entdeckung gemacht, um eine Schwierigkeit bei der Konstruktion von regelmäßigen Polygonen von  $n$  Seiten zu beheben, wo  $n$  eine Prim-

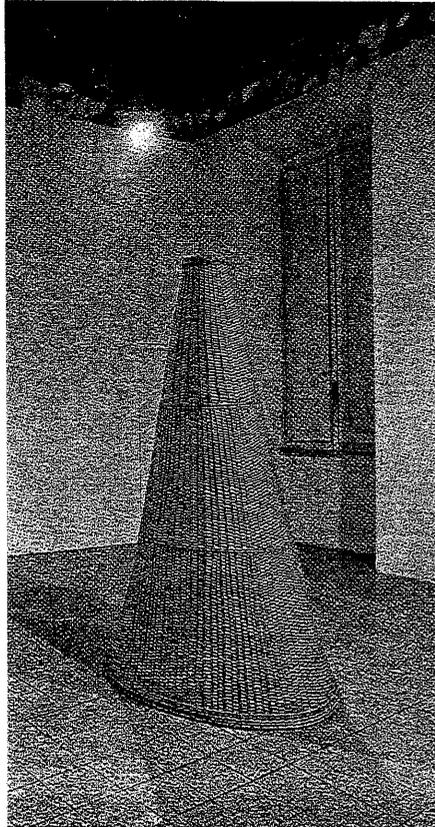
zahl ist, also bei der Konstruktion von Heptagonen, 11-gon, 17-gon usw. Er fand heraus, daß so eine Konstruktion nur möglich ist, wenn die Anzahl der Seiten des regelmäßigen Polygons eine Fermatsche Primzahl ist. Eine Euklidische Konstruktion eines regelmäßigen Polygons mit einer Primzahl von Seiten ist also nur dann möglich, wenn die Anzahl der Seiten 3, 5, 17, 257 oder 65537 ist. O. Hermes verbrachte 10 Jahre, dieses 65537-gon zu konstruieren. Sein Manuskript liegt in einer großen Schachtel in der Universität Göttingen.

Andere Formeln zur Erzeugung begrenzter Serien von PZ sind Eulers Polynom  $x^2 - x + 41$ , das 40 verschiedene PZ für  $x=1, 2, 3, \dots, 40$  ergibt. Legendre's Polynom  $2x^2 + 29$  von 1798 erzeugt 29 PZ für  $x=0, 1, 2, \dots, 28$ . Es gibt auch mathematische Serien von PZ mit einer gleichbleibenden Differenz, z. B. 11, 17, 23, 29, wo die Differenz stets 6 ist. Eine Serie von 10 PZ mit der gemeinsamen Differenz von 210 beginnt mit 199.

Bis heute kennt man jedoch noch kein Verfahren, wie man zu irgendeiner Primzahl ihren unmittelbaren Nachfolger angeben kann. Nur eines wissen wir seit Euklid mit Sicherheit: „Es gibt mehr Primzahlen als jede vorgelegte Anzahl von Primzahlen“, die Anzahl der PZ ist also unendlich. Ein Hauch von Unendlichkeit umweht die Primzahlen, doch sie zeigen uns bereits die Unendlichkeit nicht als endlosen Brei, sondern gegliedert. Wie es später Georg Cantor (1845–1918) mit den Begriffen der Abzähl- und Überabzählbarkeit der unendlichen Zahlenmengen gelungen ist. Der Struktur dieser gegliederten Unendlichkeit verdankt sich auch das noch ungelöste Problem, ob es endlich oder unendlich viele Primzahlzwillinge (wie 17 und 19) gibt.

1  
2  
3  
5  
8  
13  
21  
34  
55  
89  
144  
233  
377  
610  
987  
1577  
2584  
4181  
6765  
10946  
17711  
28657  
46368  
75025  
121393  
196418  
317811  
514229  
832040  
1346269  
2178309  
3524578  
5702887  
9227465  
14930352  
24157817  
39088169  
63245986  
102334155  
165580141  
267914296  
433494437  
701408733  
1134903160  
1836311893  
2971215057  
4807526942  
7778741939  
12586268947  
203665010944  
32951279889  
53316270833  
86247570722  
139583861555

↑ igloo  
↓ Fibonacci

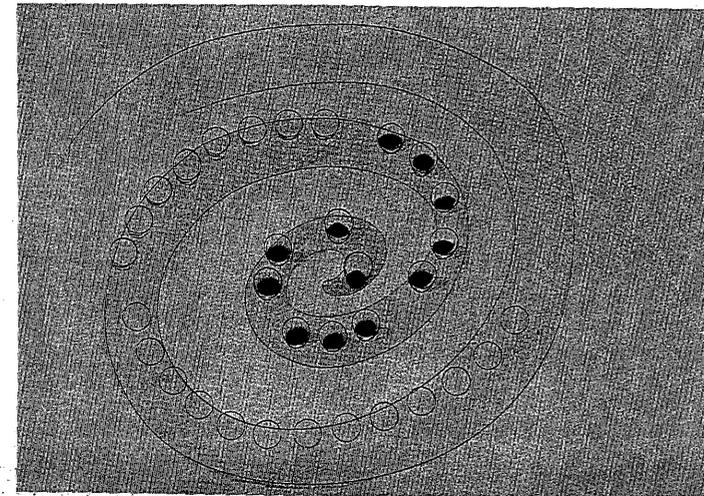


Bei den Primzahlen tauchen bereits Begriffe auf, die gemäß unserem Explikationsmodell auch für die Beschreibung von Merz' Kunst herangezogen werden können: teilbar – unteilbar, unzerlegbar, unendlich, regelmäßiges Polygon. Sollte unser Modell stimmen, werden sich diese Begriffe nicht nur in Merz' Werk, sondern auch bei der fortschreitenden Analyse der Zahlenkuriosa verdichten.

Das regelmäßige Polygon (11-gon, 17-gon etc.) ist also ein Vorschein des aus zerbrochenen oder glatten Glasscheiben gebildeten Iglus.

Im Hauch der Unendlichkeit der PZ gewinnt bereits das Unendlichkeitsymbol Spirale Kontur. Teilbarkeit und Unteilbarkeit des Lebendigen als Verschränkungen, welche sich in der gleichbleibenden Differenz bei bestimmten mathematischen Serien der PZ spiegeln, kulminieren in der vollkommenen Zahl, welche gleich mit der Summe ihrer Teiler ist.

Was ist das für eine wundersame Identität, die teilbar und geteilt ist, in der Summe ihrer Teiler aber wieder aufersteht? Ist es eine gleichsam mythische Identität ähnlich der des ägyptischen Totengottes Osiris, der als Vegetationsgott zugleich auch für die Auferstehung bürgt? Blaise Pascal, der Mathematiker und religiöse Denker hat eine Spirale konstruiert, deren Tangentialwinkel konstant ist. Normalerweise hat nur der Kreis einen konstanten Tangentialwinkel und es gehört zum Wesen der Spirale, daß ihr Tangentialwinkel nicht konstant ist. Diese paradoxe, nur mathematisch konstruierbare Spirale hat Pascal als Modell für den Beweis der Unsterblichkeit der Seele genommen: eadem mutata resurgo. Auch nach ihrer Verwandlung (den Tod) wieder aufersteht sie als dieselbe.



### Die Goldbachsche Vermutung:

Da in der Urgeschichte der Mathematik der Gegensatz von geraden und ungeraden Zahlen so eine große Rolle spielte, ja sogar von erheblicher produktiver Kraft war, kommt den Primzahlen schließlich noch eine besonders rätselhafte Funktion zu. Der Königsberger Mathematiker Christian Goldbach (1690–1764) hat nämlich 1742 in einem Brief an Euler die Vermutung ausgesprochen, daß jede gerade Zahl (größer als 2) als Summe zweier Primzahlen, zumeist sogar mehrfach, dargestellt werden kann:

$$88 = 5 + 83 = 29 + 59 = 41 + 47$$

$$92 = 3 + 89 = 13 + 79 = 19 + 73 = 31 + 61.$$

Aber genügen auch in den fernsten Zahlenregionen nur zwei PZ, um durch Addition alle geraden Zahlen zu bilden? Euler hat Goldbach geantwortet: „Daß aber jeder numerus par eine Summe duorum primorum sei, halte ich für ein ganz gewisses Theorema, ungeachtet ist dasselbe nicht demonstrieren kann“. Der Beweis für Goldbachs Vermutung ist immer noch ausständig. Am nächsten kommt I. M. Winogradows Beweis, der besagt, daß es eine ganze Zahl  $N$  gibt, so daß jede ganze Zahl größer als  $N$  als die Summe von nicht mehr als 3 PZ repräsentiert werden kann, wenn  $n$  ungerade ist, und von 4 PZ, wenn  $n$  geradzahlig ist. Vier Primzahlen reichen also stets aus, um jede gerade Zahl zu bilden.

Nach Chen ist jede hinreichend große gerade Zahl die Summe von  $p + q$ , wobei  $p$  eine Primzahl ist und  $q$  Produkt von höchstens zwei Primzahlen.

### Vollkommene Zahlen und Mersennesche Primzahlen

Eine ähnlich verzwickte paradoxe Rolle spielen die Mersenneschen Zahlen, die eine besondere Art von Primzahlen sind und als solche keine ganzzahligen Teiler  $\neq 1$  haben und die Vollkommenen Zahlen, welche zu den Mersenneschen Zahlen in einer ähnlichen Beziehung stehen wie die geraden Zahlen zu den Primzahlen.

Rekapitulieren wir: PZ sind nur durch sich selbst oder durch 1 teilbar, haben also keine (ganzzahligen) Teiler bzw. sind unteilbar. Vollkommene Zahlen sind hingegen gerade diejenigen Zahlen, welche (ganzzahlige) Teiler besitzen, deren Summe die vollkommene Zahl selbst wieder ergeben. Es zeigt sich nun, daß jede Vollkommene Zahl genau eine Mersennesche PZ als Teiler besitzt und umgekehrt, daß jede Mersennesche PZ genau eine Vollkommene Zahl festlegt. Obwohl in ihrer Teilbarkeit so gegensätzlich, besteht also eine eindeutige Zuordnung zwischen den beiden Zahlenmengen. Jeder Mersenneschen PZ entspricht eine Vollkommene Zahl und es gibt keine bekannte Vollkommene Zahl, die nicht einer Mersenneschen PZ korrespondiert. Wie ist das möglich?

Definieren wir zuerst einmal, was eine Vollkommene Zahl ist, sozusagen das Gegenstück der Primzahl, was die Teilbarkeit betrifft. Es gibt unter den ersten 30 000 000 Zahlen nur vier Vollkommene Zahlen, denn die meisten Zahlen sind entweder kleiner oder größer als die Summe ihrer Teiler, die vollkommenen Zahlen sind hingegen gleich mit der Summe ihrer Teiler:

$$6 = 1 + 2 + 3, \text{ wobei } 6 \text{ durch } 1, 2 \text{ und } 3 \text{ teilbar ist.}$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14.$$

$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248.$$

$$8128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1016 + 2032 + 4064.$$

Die nächste Vollkommene Zahl ist 33 550 336, welche erst 1460 festgestellt wurde, während man die ersten Vier bereits seit 2000 Jahren kannte und mit Euklid die Vollkommenen Zahlen nannte. Bis heute kennen wir 24 Vollkommene Zahlen und jede davon ist geradzahlig. Man kennt keine ungeraden Vollkommenen Zahlen.

Wenn wir zu den Teilern der Vollkommenen Zahlen  $V$  nicht nur 1 sondern auch die Zahl selbst hinzunehmen, z. B.

$$6: 1 + 2 + 3 + 6 = 12 = 2 \cdot 6$$

$$28: 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56 = 2 \cdot 28$$

$n \cdot \sum d/n = \dots = 2n$ , erhalten wir klarerweise die verdoppelte Vollkommene Zahl. Eine natürliche gerade Zahl  $n$  heißt vollkommen, wenn die Summe ihrer positiven Teiler (im Ring der ganzen Zahlen) gleich  $2$  ist.

Vollkommene Zahlen haben interessante Eigenschaften, z. B. daß sie, außer 6, als letzte Ziffernsumme 1 haben, wenn man in einem iterierten Prozeß immer wieder die Summe ihrer Ziffern bildet.

$$496: 4 + 9 + 6 = 19, 1 + 9 = 10, 1 + 0 = 1.$$

Jede vollkommene Zahl, außer 6, kann auch als Summe ihrer konsekutiven ungeradzahligten Kuben, beginnend mit 1, definiert werden: z. B.

$$28 = 1^3 + 3^3$$

$$496 = 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3$$

Sie haben vielleicht auch bemerkt, daß die Teiler der vier vollkommenen Zahlen mit 1 beginnen und sich zunächst verdoppeln, bis an einer Stelle das Doppelte des vorhergehenden Teiles um 1 vermindert erscheint und von da an sich die Teiler wieder verdoppeln. Der kritische Übergang erfolgte

für bei den Teilern

$$6 \quad 2 \quad 3$$

$$28 \quad 4 \quad 7$$

$$496 \quad 16 \quad 31$$

$$8128 \quad 64 \quad 127$$

Wenn man diese beiden Teiler miteinander multipliziert, erhält man wiederum die jeweilige Vollkommene Zahl. Bei diesen Teilern kann man auch ersehen, daß der erste offensichtlich eine Potenz von 2, der zweite die um 1 verminderte nächsthöhere Potenz von 2 ist.

V läßt sich also definieren als die Multiplikation von zwei Potenzen von zwei, wobei von letzterer 1 abgezogen wird.

$$V_1 = 6 = 2^1 \cdot (2^2 - 1)$$

$$V_2 = 28 = 2^2 \cdot (2^3 - 1)$$

$$V_3 = 496 = 2^4 \cdot (2^5 - 1)$$

$$V_4 = 8128 = 2^6 \cdot (2^7 - 1)$$

Daraus ergibt sich die allgemeine Struktur der geraden vollkommenen Zahlen  $V_i = 2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ , die Euklid um 300 v. Chr. und Euler 1750 gefunden haben, die aber nur dann Vollkommene Zahlen erzeugt, wenn  $2^n - 1$  nicht teilbar ist, also eine Primzahl.

Zum Beispiel würde auch 120 dieser Struktur genügen, aber dennoch ist sie keine Vollkommene Zahl:  $120 = 2^3 \cdot (2^4 - 1) = 8 \cdot 15$ , denn 15 wäre wiederum teilbar in 3 \cdot 5, würde also zusätzliche Teiler liefern, die Teilersumme wäre also größer als die Zahl selbst, würde damit die Bedingungen für eine vollkommene Zahl verletzen.

Nur wenn  $2^n - 1$  nicht teilbar, also ein Primzahl ist, liefert die Struktur  $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$  eine Vollkommene Zahl, diese perfekt teilbare Zahl.

In dieser paradoxen Definition der perfekten Teilbarkeit mit Hilfe einer teilweisen Nichtteilbarkeit ist auch die Dialektik von Gerade und Ungerade mit eingeschlossen. Denn es gibt nur gerade Vollkommene Zahlen, während die Primzahlen, insbesondere die Mersenneschen Zahlen, welche für deren Definition benötigt werden, alle ungerade sind.

Der Satz von Euklid-Euler lautet also:

Eine gerade Zahl  $V$  ist genau dann vollkommen, wenn  $V$  von folgender Struktur ist:

$$V = 2^{n-1} (2^n - 1)$$

$$V = 2^n (n+1 - 1)$$

wobei  $2^n - 1$  eine Primzahl ist.

Primzahlen von der Form  $2^n - 1$  sind aber ganz besondere PZ, nämlich die sogenannten Mersenneschen Primzahlen  $M_i$ , zur Erinnerung an Pater Marin Mersenne (1588–1648) so genannt, der 1644 ankündigte, einige neue vollkommene Zahlen entdeckt zu haben, allerdings weder richtig noch vollständig, wobei er aber feststellte, daß  $2^n - 1$  Primzahlen ergibt. Bis heute wissen wir bei  $n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127, 521, 607, 1279, 2203, 2281, 3217, 4253, 4423, 9689, 9941, 11213, 19937$ . Dieser letzte Wert von  $n$  ergibt die PZ  $2^{19937} - 1$ , welche 6002 Stellen hat. Das ist die bis heute größte bekannte Mersennesche Primzahl  $M_{24}$ .

Es gibt keine allgemein gültige Methoden, um  $M$  zu erzeugen. Naheliegender wäre für die Mersennesche PZ die Behauptung:  $2^n - 1$  ist stets eine PZ, wenn  $n$  eine PZ ist. Doch wir haben gesehen, daß bestimmte Primzahlen (wie z. B. 23) nicht in der Liste aufscheinen, welche als Werte für  $n$  bei der Formel  $2^n - 1$  eine Mersennesche PZ ergeben. Wie wir sehen, gibt es nur 24 Primzahlen von 2-19937 die als Werte von  $n$  in der Formel  $2^n - 1$  eine Primzahl erzeugen, die Mersenneschen Primzahlen  $M_i$  gibt es bis heute also 24  $M_i$ .

Die Vollkommenen Zahlen, die perfekt teilbaren geraden (ganzen) Zahlen, hängen durch ihre Struktur  $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$  von einer bestimmten Klasse von Primzahlen ab, den  $M_i$ , diesen perfekten unteilbaren ungeraden (ganzen) Zahlen (welche wiederum durch ihre Struktur  $2^n - 1$  von ganz bestimmten 24 Primzahlen als Werte von  $n$  abhängen). Dementsprechend gibt es bis heute 24 Mersennesche Primzahlen und folglich auch 24 Vollkommene Zahlen.

Daher kommt es, daß jeder Mersenneschen PZ  $M_i$  eine Vollkommene Zahl  $V_i$  korrespondiert und jeder  $V_i$  eine  $M_i$ . Ein verblüffendes Paradox, wie die teilbaren und unteilbaren Zahlen einander bedingen, in anderen Worten: eine bestimmte nichtteilbare Zahl  $M_i$  korrespondiert mit einer perfekt teilbaren Zahl  $V_i$ . Die 24. Vollkommene Zahl hat 12003 Stellen. Sie hat ja  $M_{24} = 2^{1997} - 1$  (6002 Stellen), als  $n$ . Die Vollkommenen Zahlen  $V_6$  bis  $V_8$  wurden im 16. Jahrhundert entdeckt, die  $V_9$  erst am Ende des 19. Jahrhunderts. Ob es eine größte vollkommene Zahl gibt, wissen wir bis heute genauso wenig, wie ob die Mersenneschen Primzahlen und damit die Vollkommenen Zahlen unendlich sind. Als Zwischenlösung müßten wir aber definitiv wissen, ob es wirklich keine ungeraden Vollkommenen Zahlen gibt. Wenn sie existieren sollten, müßten sie die Form  $12m + 1$  oder  $36m + 9$  haben, wobei  $m$  eine PZ ist. Bisher konnte allerdings nur nachgewiesen werden, daß es keine ungeraden Vollkommenen Zahlen gibt, die kleiner als  $1.4 \times 10^{18}$  sind. Bis zu dieser Zahlengrenze wissen wir also, daß es keine gibt. Gibt es welche darüber?

Schreiben wir also, des Überblicks und Zusammenhanges halber, jeweils den Beginn der Serien von Primzahlen, Mersenneschen Primzahlen und Vollkommenen Zahlen auf:

PZ = 2, 3, 5, 7, 11, 13 . . . p

$M_i = 3, 7, 31, 127, 8191 \dots 2^p - 1$  für gewisse PZ

$V_i = 6, 28, 496, 8128, 50336 \dots 2^{p-1} \cdot (2^p - 1)$  für passende PZ

### Befreundete Zahlen

In die Struktur der Teilbarkeit eingebettet sind auch die sogenannten Befreundeten Zahlen, welche schon die Araber kannten. El Maachaiti, der Madrider, hat angeleitet, man solle die Zahlen 220 und 284 aufschreiben, die kleinere dem Objekt der Begierde zum Essen geben und selbst die größere essen. Er selbst habe die erotische Wirkung davon in eigener Person erprobt, genau wie Ibn Chaldun von den wunderbaren Kräften dieser Zahlen als Talisman Gebrauch gemacht habe.

Befreundete Zahlen heißen zwei natürliche Zahlen  $m$  und  $n$  dann, wenn die Summe  $\Sigma$  aller positiven Teiler und  $d$  von  $m$  außer  $m$  selbst  $n$  ergibt, bzw. die Summe  $\Sigma$  aller positiven Teiler  $d$  von  $n$  außer  $n$  selbst  $m$  ergibt.

$$\begin{array}{ll} \Sigma d = n & \Sigma d = m \\ d/m & d/n \\ d \neq m & d \neq n \end{array}$$

Pythagoras hat die zwei Befreundeten Zahlen 220 und 284 schon gekannt. Zählen wir alle positiven Teiler von 220 auf außer 220 selbst.

220: 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110.

Summieren wir diese Teiler, so ergibt sich die Zahl 284.

Machen wir dasselbe mit 284, also

284: 1 + 2 + 4 + 71 + 142, so ergibt sich die Zahl 220.

Die Summe der Teiler einer Befreundeten Zahl ergibt sich also jeweils die andere Zahl.

Geben wir der Befreundeten Zahl das Symbol  $S$ , so können wir sagen  $S(220) = 284$  und  $S(284) = 220$ , abstrahiert  $S(a) = b$ ,  $S(b) = a$ , für Befreundete Zahlen  $a$  und  $b$ . Daraus folgt, daß  $S(S(n)) = S^2(n) = n$  für jede Befreundete Zahl gilt.

Wegen ihrer Teilbarkeitsvorschrift stehen die Befreundeten Zahlen natürlich in einem gewissen Zusammenhang mit den Vollkommenen Zahlen, sie sind sozusagen eine Art Abspaltung. Sie gehen aus ihnen durch Verallgemeinerung hervor.

Die Vollkommene Zahl haben wir definiert als  $V(n) = \Sigma d \mid n = 1, \dots, n-1$  für passende natürliche Zahlen.

$$V(6) = 1 + 2 + 3 = 6.$$

$$V(n) = n$$

Die Befreundeten Zahlen  $S$  stehen dann mit den Vollkommenen Zahlen  $V$  in folgendem Zusammenhang: Natürlich ist jede Vollkommene Zahl  $n$  mit sich selbst befreundet. Denn setzt man  $n$  für  $a$  und  $b$  in  $S$  ein, so erhält man

$$S(n) = n \text{ und } S(n) = n.$$

was obige Bedingung für  $S(a) = b$  und  $S(b) = a$  erfüllt. Ebenso gilt  $V(n) = n \rightarrow V(V[n]) = n$ .

Weniger als 1200 solche Befreundete Zahlen sind bekannt. Euler hat 1750 davon 59 entdeckt. Einige Paare von Befreundeten Zahlen seien aufgeschrieben:

220 1184 2620 5020 6232 10744 17296 9363584

284 1210 2924 5564 6362 10856 18416 9437056

Doch gibt es nicht nur Paare von Befreundeten Zahlen, sondern auch Ketten, wie z. B. diese Fünfer-Kette: 12496, 14288, 15472, 14536, 14264.

Hier ergibt die Teilersumme der ersten Zahl die zweite Zahl, deren Teilersumme die dritte usw. und die Teilersumme des letzten Gliedes ergibt wiederum die erste Zahl.

$$n = 12496 \text{ (als Startglied)}$$

$$S(n) = 14288$$

$$S(S(n)) = S^2(n) = 15472$$

.....

$$S^5(n) = n = 12496$$

Eine berühmte Kette von 28 befreundeten Zahlen hat  $n = 14316$  als Startzahl und es gilt

$$S^{28}(14316) = 14316,$$

d. h., nach 28 Gliedern endet die Kette wieder bei der Startzahl.

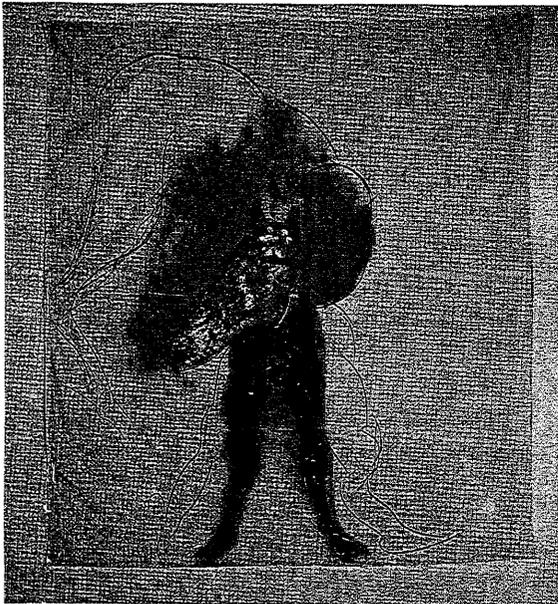
Als eine Misch-Struktur von Teilbarkeit und Ungerad- bzw. Geradzahligkeit erscheint uns nun die schon besprochene Goldbachsche Vermutung, daß jede gerade Zahl, größer als 2, als Summe zweier Primzahlen darstellbar ist.

Wenn eine Zahl teilbar ist und die Summe aller ihrer möglichen Teiler wiederum die Zahl ergibt, so ist das schon eine recht ansehnliche Sache. Wegen dieser perfekten Teilbarkeit nennt man diese Zahlen auch vollkommene Zahlen. Das Perplexe an diesen perfekten Zahlen ist aber, daß ihre vollkommene Teilbarkeit auf vertrackte Weise auf perfekt unteilbaren Zahlen, den Primzahlen, aufgebaut ist. Die allgemeine Struktur der geraden vollkommenen Zahlen  $V$  ist nämlich:  $V = 2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ . Aber nur wenn  $2^n - 1$  eine Primzahl ist, also nicht teilbar, liefert die Struktur  $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$  eine vollkommene Zahl. Das ist wirklich der Gipfel einer Art Vollkommenheit - die gegenseitige Abhängigkeit von Teilbarkeit und Nichtteilbarkeit. Dieses Prinzip des gegenseitigen Bedingens gilt auch für die geraden und ungeraden Zahlen. Denn die vollkommenen Zahlen sind gerade und die Primzahlen, welche für deren Definition benötigt werden, sind ungerade Zahlen.

Primzahlen der Form  $2^n - 1$  nennt man Mersennesche Primzahlen. Die Vollkommenheit wird so weit getrieben, daß jeder Mersenneschen PZ eine vollkommene Zahl korrespondiert und umgekehrt, das heißt, einer geraden perfekt teilbaren Zahl entspricht eine ungerade unteilbare Zahl.

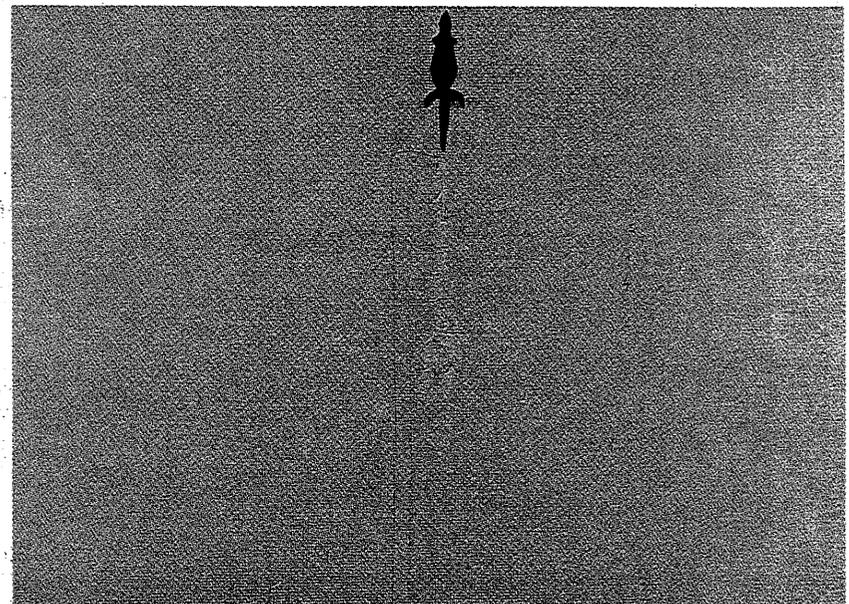
Eine numerische Sensibilität wird diese exklusive gegenseitige Bedingtheit zum Modell nehmen für andere Gegensatzpaare wie Mann und Frau, endlich – unendlich, offen – geschlossen und diese als gegenseitig bedingt statt ausschließlich begreifen. Merz' Welt verbirgt in sich eine Kosmologie, wo Gegensätze einander bedingen und vereinen statt ausschließen.

Die numerische Sensibilität nimmt die Zahlenverhältnisse und deren Eigenschaften als Modelle für andere Verhältnisse in der Welt (vom Bilderahmen bis zur Architektur). Die numerische Sensibilität sucht den numerischen Code hinter allen Dingen: Die Zahl als Maß aller Dinge, wie es Pythagoras formulierte. Die Fragmente des Philolaos: B1 „Die Natur aber ward in der Weltordnung aus grenzenlosen und grenzenbildenden Stücken zusammengefügt, sowohl die Weltordnung als Ganzes wie alle in ihr vorhandenen Dinge.“ B4 „Und in der Tat hat alles, was man erkennen kann, Zahl.“ B11 „Denn nichts von den Dingen wäre irgendeinem klar, weder in ihrem Verhältnis zu sich, noch zueinander, wenn die Zahl nicht wäre und ihr Wesen.“ Die Pythagoreer behaupteten, „das Wesen aller Dinge sei Zahl“



(Aristoteles). Die Einheit war für die Pythagoreer sowohl gerade wie ungerade, sie leitete sich aus dem Begrenzten und Unbegrenzten her. Laut Aristoteles nahmen die Pythagoreer an, das Unendliche sei identisch mit dem Geraden. Denn dieses gewähre für sich abgeteilt und von dem Ungeraden begrenzt den Dingen die Unendlichkeit. Die Pythagoreer haben auch die „figurierte Zahl“ eingeführt. Sie stellten Zahlen durch die Anordnung von Steinchen her. Sie legten Figuren mit Steinchen (Dreiecke, Quadrate), welche Zahlen darstellten. Statt Steinchen-Figuren verwendet Merz Tische, Zeitungen, Menschen, Reisigbündel etc. als figurierte Zahlen. Die Pythagoreer kannten auch schon die Proportionslehre. Archytas (B2): „Es gibt aber drei mittlere Proportionalen in der Musik: erstens die arithmetische, zweitens die geometrische, drittens die harmonische“. Auch die Ägypter wußten schon über Proportionen Bescheid.

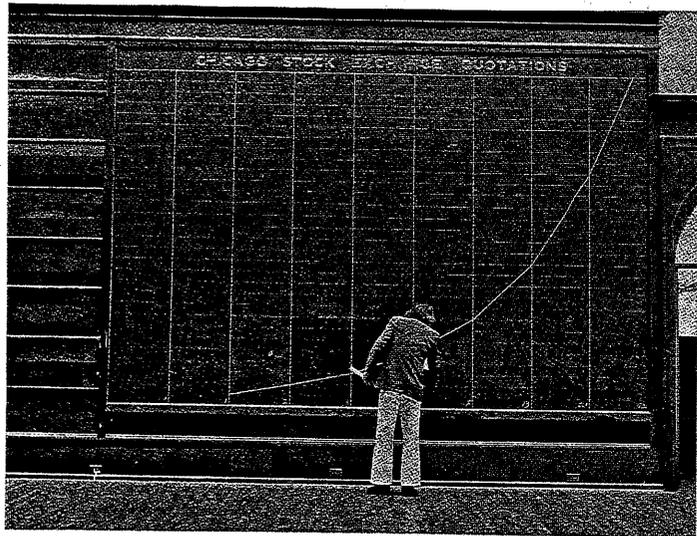
Das Wesen von All und Nichts wird also durch den numerischen Code bestimmt. Auch der genetische Code unterliegt dem numerischen. Vermehrung und Vererbung gehorchen dem numerischen Code („Die Zahlen vermehren sich wie die Tiere“; Merz). Fibonacci ist also ein Abkömmling von Pythagoras, dessen Schule ja gerade in Süditalien und Sizilien eine große Anhängerschaft gefunden hatte.



Der numerischen Sensibilität dienen also Zahlenverhältnisse als Modelle für andere Verhältnisse der Welt. Zahlenverhältnisse als

1. Hilfsmittel für die Konstruktion eines Werkes, Erklärung.
2. Verhältnis von Zahl und Natur, Naturphänomene als Zahlenphänomene. Die Zahl als Maßsystem der Natur. Zahlgesetze als Weltgesetze, Bewegung der Planeten etc.
3. Parallelen zwischen Zahlen und anderen Wesenheiten wie Farben, Worte.
4. Manifestationen physikalischer, biologischer, sozialer und physiologischer Grundsätze, die für Harmonie, Ordnung etc. sorgen.
5. Offenbarungen geheimer Zusammenhänge (Cryptanalysis, Wortzahlenmystik im Neuen Testament, Numerologie).

Durch die forcierte Verwendung der Fibonacci-Zahlen ist Merz als Vertreter der numerischen Sensibilität erkennbar, der Naturphänomene als Zahlenphänomene behandelt, aber hierdurch seinen Diskurs über Probleme der Grenze, Begrenzbarkeit, des Unbegrenzten, Grenzenlosen, der Vielheit und Einheit inszeniert.



#### Die Fibonacci-Zahlen (FZ)

Leonardo von Pisa, Sohn (=filius) des Bonacci, deshalb auch Fibonacci genannt, wollte in seinem Werk „Liber Abacci“ von 1202 das arithmetische und algebraische Wissen seiner Zeit zusammenfassen, wodurch übrigens die arabischen Zahlen in Europa bekannt wurden. Auf einer dieser Seiten steht die kuriose Aufgabe: Wieviel Kaninchenpaare werden im Laufe eines Jahres, von einem einzigen Paar ausgehend, gezeugt? Unter der Voraussetzung, daß jedes Paar monatlich ein neues Paar wirft und daß die Kaninchen vom zweiten Monat an gebärfähig sind, gelangte er für die einzelnen Monate zu folgenden Zahlen: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... Diese Zahlenreihe, wo jede Zahl (nach der zweiten) als die Summe ihrer zwei Vorgänger definiert wird, nennt man Fibonacci-Reihe (FR).

$$f_1 = f_2 = 1 \quad f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \quad (n \text{ größer als } 2)$$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...

Die FZ stehen also in einem arithmetischen Verhältnis, da die Differenz zweier aufeinanderfolgender Zahlen (ähnlich wie bei der arithmetischen Reihe  $a - b = b - c$ ) die Struktur der FR bestimmt, wenngleich sie nicht wie bei der arithmetischen Reihe konstant ist.

Die Fibonacci-Reihe hat u. a. folgende Eigenschaften: Jedes Glied der Reihe (ab dem dritten) ist das arithmetische Mittel aus seinem Nachfolger und dem Vorläufer seines Vorläufers. Die Differenz zweier Glieder dieser Folge, die ein Mittelglied einschließen, ist gleich diesem Mittelglied. Eine der schönsten der elementaren Eigenschaften dieser Folge ist, daß sie ihre eigene Differenzfolge ist: Bildet man die Differenzen  $b_n = a_{n+2} - a_{n+1}$  aufeinanderfolgender Glieder der Folge ( $a_n$ ), so entsteht wieder die Folge ( $a_n$ ) selbst, wenn auch leicht verschoben.<sup>6</sup>

Wir haben die FR einfach durch die Werte ihrer Vorläufer definiert. Wenn wir aber einen allgemeingültigen Ausdruck für diese Glieder haben wollen, kommen wir zu dieser komplizierten Formel:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \left( \frac{1}{2} [1 + \sqrt{5}] \right)^n + 1 - \left( \frac{1}{2} [1 - \sqrt{5}] \right)^n + 1 \right]$$

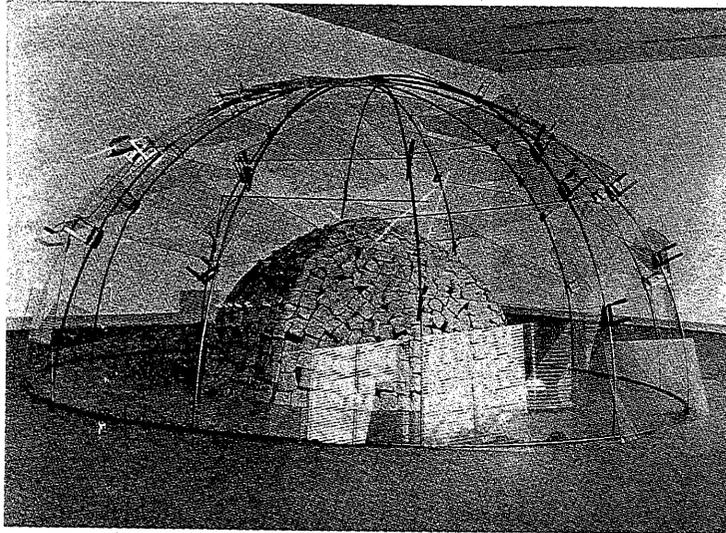
Das Bestürzende an dieser Formel ist die Tatsache, daß die natürliche Zahl  $a_n$  durch einen Ausdruck definiert wird, in dem die Irrationalzahl  $\sqrt{5}$  eine wesentliche Rolle spielt. Der numerischen Sensibilität gemäß könnte man sagen, der irrationale Aspekt an Merz' Werk kommt aus seiner Natürlichkeit. Wie die natürliche Zahl einen irrationalen Faktor gebiert, so auch die Merzsche Naturkunst einen Kultus des Irrationalen, der aber auf einer ganzzahligen rationalen Naturfassung aufgebaut ist.

Dies wird noch besonders deutlich, wenn wir setzen  $c_n = \frac{a_n}{a_n + 1}$ .

Dann können wir leicht mit Hilfe voriger Formel feststellen, daß sich  $c_n$  mit wachsendem  $n$  dem Wert  $g = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$  annähert.

Die Zahl  $g$  charakterisiert aber den Goldenen Schnitt. Dieses Verhältnis zeigt sich auch beim Pentagramm oder Drudenfuß. Ein „goldenes“ Rechteck ist eines, dessen Seiten sich wie  $1 : g$  verhalten.

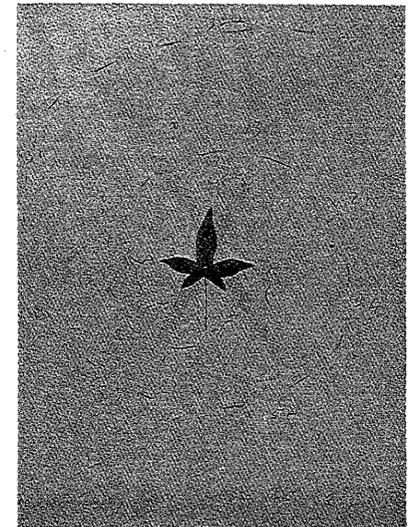
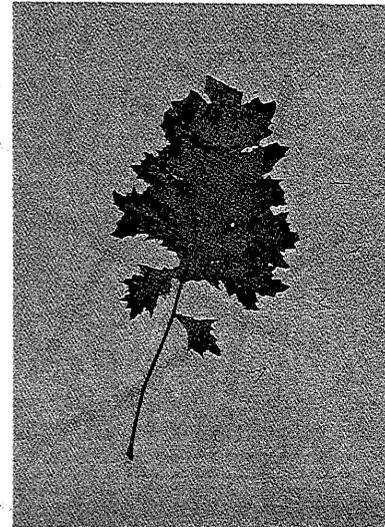
Besonders interessant für die numerische Sensibilität macht die Fibonaccizahlen ihr exponentielles Wachstum.<sup>7</sup> Sie figurieren als Wachstum. Sie sind gleichsam „figurierte Zahlen“ des Wachstums. Es gehört zur innersten mathematischen Eigenschaft der Fibonaccizahlen, daß sie exponentiell, d. h. rasch wachsen. Es wäre interessant, mathematisch mit Julia Robinson zu zeigen, daß alle rekursive Folgen diophantisch definierbar sind, wenn es eine solche Folge mit exponentiellem Wachstum gibt, das ist eben die FR. Deswegen hat ja Fibonacci angenommen, mit dieser Zahlenreihe hätte er das Muster des natürlichen Wachstums entdeckt, vom Wachsen der Pflanzen bis zum Wachsen der Hasen. Die FR als numerisches Modell der Evolution. Der Iglu ist also eine ökologische Reflexion des Hauses Erde. Merz ist also ein Evolutionskünstler, dessen Kunst von der natürlichen und kulturellen Evolution und von der Ökologie handelt. Oikos heißt ja ursprünglich Haus.



Bei der Blattanordnung mancher Pflanzen, der Phyllotaxis, spielen die FZ eine Rolle. Beim Übergang von einem zum nächsten Blatt tritt oft eine Schraubung auf, die z. B. eine halbe Drehung enthält. Das Arrangement der Blätter kann also als Bruch definiert werden:

$$\frac{\text{Zahl der vollendeten Drehungen}}{\text{Zahl der Blätter pro Zyklus}}$$

Man spricht dann von  $\frac{1}{2}$  Phyllotaxis (Ulme, Linde). Es treten aber auch die Werte  $\frac{1}{3}$  (Buche, Haselstrauch),  $\frac{2}{5}$  (Eiche, Aprikose),  $\frac{3}{8}$  (Pappel, Birne),  $\frac{1}{13}$  (Weide, Mandel), auf. Diese Phyllotaxis-Brüche sind stets Zahlen aus der Fibonacci-Reihe. Gerade diese Phyllotaxis ist eines der häufigsten ikonographischen Motive bei Merz neben der Spirale, oder eine propellerartige Mischung von Phyllotaxis und Spirale. Insbesondere in der Wiener Ausstellung begegnen wir häufig diesen phyllotaxischen Motiven. Die Fibonaccizahlen offenbaren sich eben als die geeignetsten, da natürlichsten, der Natur stets entsprechendsten Zahlen zur Darstellung des Wachsens, Lebens, Ver. . . . . Nicht nur über die Phyllotaxis ist das erfaßbar, sondern auch über die Spirale. Denn bei der Ananas z. B. finden wir Arrangements aufsteigender Spiralen als Ergebnis der Phyllotaxis. Spirale und Phyllotaxis sind also auch in der Natur (und nicht nur auf Merz' Zeichenblatt) verbunden.



n	a <sub>n</sub>	b <sub>n</sub>	d <sub>n</sub>	d <sub>n</sub>	q <sub>n</sub>	q <sub>n</sub>
0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	2	2	1	3
2	2	1	4	4	4	5
3	3	2	8	8	9	7
4	5		16		16	
		3		16		9
5	8		32		25	
6	13	5	64	32	36	11
7	21	8	128	64	49	13
8	34	13	256	128	64	15
9	55	21	512	256	81	17
10	89	34	1024	512	100	19
11	144		2048		121	
12	233	55	4096	1024	144	21
13	377	89	8192	2048	169	23
14	610	144	16384	4096	196	25
		233		8192		27

Von den vielen Eigenschaften und Paradoxien der Fibonacci-Folgen sei jedoch besonders jene untersucht, die sie mit dem Goldenen Schnitt in Beziehung bringen.<sup>4</sup>

Die Überzeugung der Pythagoräer war es, daß jedes Ding und jeder Begriff in der Welt durch eine Zahl gekennzeichnet werden kann (Philolaos von Kroton: „Und wirklich hat alles, was erkannt wird, Zahl. Denn es ist unmöglich, daß ohne diese irgend etwas im Denken erfaßt oder erkannt wird.“) Die gegenseitigen Beziehungen dieser Dinge sind durch das Verhältnis der ihnen zugeschriebenen ganzen Zahlen ausdrückbar. Das griechische Wort logis für Verhältnis heißt im lateinischen ratio. Daher nennen wir die Verhältnisse ganzer Zahlen rationale Zahlen, sie umfassen die ganzen Zahlen (5 : 1 = 5) und die gewöhnlichen Brüche (1 : 2 = 1/2). Diese schreiben wir mit einer ganzen Zahl als Zähler über und einer ganzen Zahl als Nenner unter den Bruchstrich:

z. B.  $\frac{5}{1}$ ,  $\frac{1}{2}$ , usw.

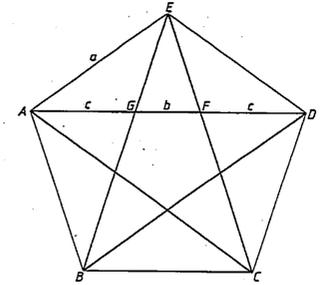
Da man die ganzen Zahlen als Verhältnis schreiben kann, gehören auch sie zu den rationalen Zahlen wie die Brüche.

#### Das Pentagramm und der Goldene Schnitt

Doch der regelmäßige Fünfstern aus fünf Linien, das Pentagramm, das Geheimabzeichen der Pythagoreer, brachte das pythagoräische Weltbild, daß man die Beziehungen sämtlicher Dinge durch das Verhältnis (den logos) ganzer Zahlen (arithmoi) beschreiben könne, zum Einsturz. Denn wenn wir das Verhältnis zwischen einer Diagonale d des regelmäßigen Fünfecks und seiner Seite s, das geometrisch einfach zu bestimmen war, versuchen numerisch darzustellen, dann verhalten sich zwar s : d wie 3 : 5 (wenn man s in 3

gleiche Abschnitte teilt) oder wie 5 : 8 oder wie 13 : 21, aber nicht genau. Die genannten Verhältnisse sind bloß Näherungswerte für das tatsächliche geometrische Verhältnis. Beim Pentagramm lautet die Beziehungsgleichung zwischen Diagonale und Seite  $d^2 = s^2 + d \cdot s$

$$\text{oder } \frac{d}{s} = \frac{s}{d-s}$$



Die Diagonale d verhält sich also zur Seite s wie die Seite s zur Differenz von Diagonale minus Seite (d-s). Diese Verhältnisse müßten nach pythagoräischer Lehre rational sein und d und s folglich ganze Zahlen. Wenn wir uns nun fragen, welche Zahlenfolgen kommen am ehesten für diese Beziehungsgleichung in Frage, so kommen wir wieder auf die Fibonaccizahlen.

Man kann nämlich die Fibonaccizahlen nicht nur als Summe der beiden Vorgänger errechnen, sondern die einzelnen Glieder der Fibonacci-Reihe paarweise in Brüche aus aufeinanderfolgenden Zahlen der Fibonacci-Reihe FR. verwandeln: 1/2, 2/3, 3/5, 5/8, 8/13, 13/21, usw.

Wenn wir nun diese Brüche in Dezimalzahlen verwandeln, kommen wir zu folgenden Werten (bei drei Dezimalstellen):

1 : 2	0,500
2 : 3	0,667
3 : 5	0,600
5 : 8	0,625
8 : 13	0,615
13 : 21	0,571
21 : 34	0,618
34 : 55	0,618

Wir sehen, die Brüche der FZ streben einem Grenzwert zu: 0,618...

Wir können aber auch andere Brüche aus Paaren von Fibonaccizahlen FZ herstellen, indem wir den Kehrwert von den ersteren bilden und diesen dann ebenfalls in eine 3-stellige Dezimalzahl verwandeln:

$\frac{1}{1} = 1.000$	$\frac{55}{34} = 1.618$
$\frac{2}{1} = 2.000$	$\frac{89}{55} = 1.618$
$\frac{3}{2} = 1.500$	$\frac{144}{89} = 1.618$
$\frac{5}{3} = 1.667$	$\frac{233}{144} = 1.618$
$\frac{8}{5} = 1.600$	
$\frac{13}{8} = 1.625$	
$\frac{21}{13} = 1.615$	
$\frac{34}{21} = 1.619$	

Hierbei sind also zunächst die Zähler und dann die Nenner fortschreitende Fibonaccizahlen. Auch diese rationalen Brüche oder ganzzahligen Verhältnisse streben einem Grenzwert zu: 1.618..., dem sie immer näher kommen. 5-stellig lautet er 1.61803... und ist mit einem andren berühmten Bruch identisch, den wir erhalten, wenn wir eine beliebige Strecke der Länge  $x$  plus  $y$  so in zwei Teile teilen, daß das Verhältnis der ganzen Strecke ( $x$  und  $y$ ) zur größeren Strecke  $x$  das gleiche ist wie das Verhältnis der größeren Strecke  $x$  zur kleineren Strecke  $y$ . Dieses Verhältnis nennen wir den Goldenen Schnitt:

$$(x + y) : x = x : y;$$

$$\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y}; \text{ ausmultipliziert ergibt das } x^2 = xy + y^2 \text{ oder}$$

$$x^2 - xy - y^2 = 0, \text{ oder } (x-y/2)^2 = \frac{5y^2}{4}, \text{ welches das Verhältnis}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{(1+\sqrt{5})}{2} \text{ liefert.}$$

$$\frac{(1+\sqrt{5})}{2} = 1.61803\dots, \text{ also die gleiche Zahl wie der Grenzwert der Fibonacci-Reihe.}$$

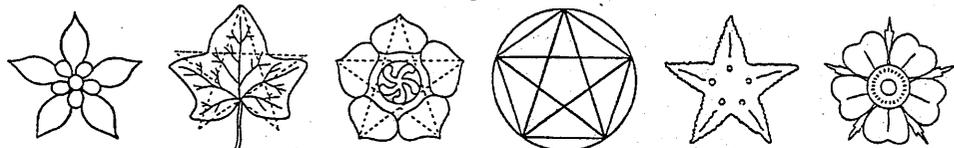
Diese „heilige Verhältniszahl“ des Goldenen Schnitts ist übrigens die einzige Zahl, die ganz einfach in ihre reziproke Zahl verwandelt werden kann, indem man 1 abzieht:  $x - 1 = \frac{1}{x}$ . Daraus erhält man  $x^2 - x - 1 = 0$  also obige Gleichung mit  $Y = 1$  eingesetzt, was  $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  als Lösung hat.

$$\frac{(1+\sqrt{5})}{2} - 1 = \frac{2}{(1+\sqrt{5})}$$

Diese irrationale Zahl 1.61803... hat für einige Verwirrung in der Literatur gesorgt und zu Verwechslungen von FR, GS und Harmonikalität gesorgt, die zwar in Zusammenhang stehen, aber nicht dasselbe sind. Die alle haben mehr oder minder mit der pythagoräischen Tradition zu tun, deswegen wollen wir sie etwas genauer untersuchen und differenzieren.

Die Verhältniszahl des Goldenen Schnitts GS als Harmoniegesetz haben in der klassischen Kunst, von Dürer über Raffael zu Tizian, eine bekannt große Rolle gespielt. Dem GS als Maß in der Kunst entspricht auch ein BS als Maßverhältnis in der Natur.

„Sehr oft läßt sich an Blättern und Blüten das Maßverhältnis des Goldenen Schnittes nachweisen, so beim Blatt des Goldregens, der Alpengänsedistel, der Maiblume usw. Das Schneeglöckchen ordnet seine Blütenblätter im gleichseitigen Dreieck an, während uns die Blüten der verschiedenen Lilienarten das zum Sechsstern verdoppelte gleichseitige Dreieck zeigen. Außerdem dürfte bekannt sein, daß die Bienenwabe aus vielen nebeneinander gefügten reinen Sechsecken gebildet wird.“



Akeleiblüte

Efeublatt

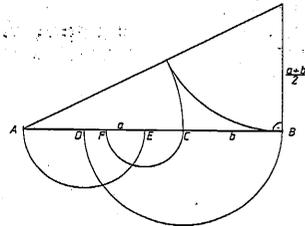
Glockenblume

Pentagramm oder Sternfünfeck

Seestern

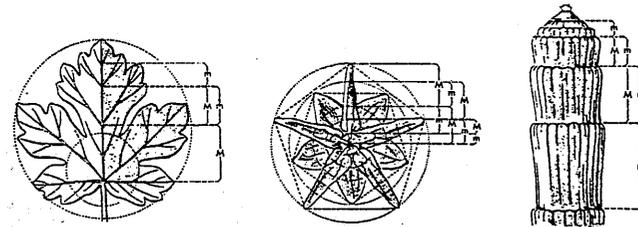
Heckenrose

Proportionsverhältnis bei Pflanzen und Meerestieren



Aus das Quadrat läßt sich als Grundform vielfach in der Natur nachweisen: so treffen wir es in der Verdoppelung als Achtstern bei den Kreuzblütlern, bei Männertreu und Wiesenschaumkraut, und als Achteck in seltener Regelmäßigkeit bei der Einbeere, einem staudigen Liliengewächs. Dagegen bildet die ungefüllte Blüte der Dahlie einen achtstrahligen Stern. Noch häufiger begegnet uns aber das Fünfeck und das Sternfünfeck oder Pentagramm, eine Figur, der Jahrtausende hindurch geheimnisvolle Bedeutung beigemessen wurde.

In der Pflanzenwelt treffen wir diese Form am klarsten in der Akeleiblüte, in der Tierwelt beim Seestern an. Zahlreiche andere Blüten, wie die Glockenblume, die Nelke, die Heckenrose, die Lindenblüte, der Phlox und andere zeigen diese Grundform, ebenso wie verschiedene Blätter, etwa das Himbeerblatt. Ziehen wir beispielsweise die Pentagrammform über ein Efeublatt, so stellen wir bei aller Unregelmäßigkeit, die dieses Blatt sonst aufweist, fest, daß die Grundverwandtschaft mit der Fünfecksform besteht. Es scheint, als bemühe sich die Natur, der idealen mathematischen Grundform so nahe wie möglich zu kommen. Die Abbildungen verdeutlichen dies.



Goldene-Schnitt-Proportionen bei Pflanzen, von links Hahnenfuß, Seidenpflanze, Schachtelhalm

Gerade der Fünfstern, also das bereits erwähnte Pentagramm, hat für unsere weiteren Betrachtungen besondere Bedeutung, teilen sich doch die Pentagrammseiten ‚stetig‘ im Goldenen Schnitt, dem wir in der Natur auch beim Wachstum der Pflanze, bei einem edel gebauten menschlichen Körper oder den Abmessungen eines Pferdekörpers begegnen. So führt das stetig fortschreitende Wachstum der Pflanze, wie es der kleine Pappelzweig zeigt, häufig zu einer stetigen Teilung, wenn auch das ungeschulte Auge oft keine Regel erkennen kann. Die Strecken zwischen den einzelnen Knotenpunkten stehen sehr schön im ‚Goldenen Verhältnis‘, das auch bei weiterem Längenwachstum beibehalten wird.“

(Otto Hängenmaier, *Der Goldene Schnitt*, Moos Verlag München, 1977).

Merz hat tiefer gedacht als die Tradition der Klassik, tiefer im Wesen der Zahl und im Wesen der Kunst. Die Klassik hat den GS oft nur ornamental als Konstruktionshilfe, als Erzeugung von Harmonie verwendet. Dabei ist

der Goldene Schnitt sowohl ein Maß in der Kunst wie in der Natur, also eine Brücke zwischen Kunst und Natur (dem intuitiven Gegensatzpaar). Merz hat uns über die dem GS verwandte Fibonaccizahl jene ursprüngliche Einheit von Kunst und Natur (im Maßverhältnis) wieder bewußt gemacht. Er hat auf die FZ zurückgegriffen, weil sie dafür geeigneter was als der abgegriffene, mißverständene GS. Da der GS als Harmoniegesetz in der Geschichte verkommen ist, bedurfte es einer frischeren, einprägsameren Verhältniszahl, welche der ursprünglichen Intention als Maß in Natur und Kunst, als Maß aller Dinge, noch entsprach: die Fibonaccizahl als Maßgesetz, als Wachstumsgesetz, als Naturgesetz.

Die Rolle der Fibonaccizahl bei Merz ist also auf ganz natürliche Weise in eine große Tradition der Kunst einzuordnen, nämlich in die Tradition der Rolle des Goldenen Schnittes und verwandter Harmonie- bzw. Proportionslehren von den Griechen über die Renaissance bis zu Naum Gabo, Klee, Corbusier und die Serial Art eines Sol Lewitt, Mel Bochner etc. Als Italiener steht also Merz inmitten einer goldenen Tradition, der Tradition des Goldenen Schnitts, wovon seine Fibonacci-Obsession Erneuerung und Häresie zugleich ist, Klassik und Manierismus in einem. Merz ist also, gemäß seines Modells der gegenseitigen Bedingtheit ein manieristischer Klassiker.

Mit Hilfe der Fibonaccizahl FZ ist es also Merz gelungen, die Kunst in ihrem Anschauungs- und Erkenntnischarakter zu vertiefen, uns mit der Kunst die Natur neu wahrnehmen zu lassen. Wir werden noch sehen, wie Merz, eben weil er auf dem Boden der Zahl bleibt, seine Kunst aus dem Wesen der Zahl schöpft, seine Kunst in dem Maße und in der Richtung fortschreitet, in denen er die Eigenschaften der Zahlen erforscht, nicht in reaktionäre Naturmystik verfällt, sondern den Naturmythos modernisiert, eine Neo-Natur erzeugt, indem er Technik und Natur, Zivilisation und Natur zueinander in Beziehung setzt unter Einsatz der Medien Elektrizität und Neonlicht, weitere Figurationen der Rationalität. So wird seine Kunst eine zutiefst europäische Kunst, eine Kunst als Kult der Zivilisation wie der Natur, die er in ihrer gegenseitigen unauflöselichen Bedingtheit zeigt.

Merz ist also kein FZ-Künstler, worauf er des öfteren in der Kunstkritik reduziert wird, weil eben die FZ eine so auffällige Rolle in seinem Werk spielen. Das wäre genauso lächerlich, wie Dürer oder Leonardo da Vinci als GS-Künstler abzutun, als Künstler des Goldenen Schnitts, nur weil er in ihrem Werk vorkommt. Der Unterschied, daß bei den Klassikern der GS verdeckt vorkommt und die FS bei Merz überdeutlich, bedeutet soviel, daß eben Merz die Zahl in der Natur, Maßverhältnisse in Natur und Kunst

thematisiert. Tizian bei „Himmelfahrt der Maria“ oder Leonardo beim „Abendmahl“ haben ja den GS primär als Konstruktionsmittel verwendet, ihr Thema lag im Titel. Merz' Thema ist das Konstruktionsmittel selbst. Bei den Klassikern wurde das Maß, die Verhältniszahl verdeckt zur Erzeugung von Harmonie und Ordnung verwendet. Bei Merz ist das Maß, die Verhältniszahl als Angel zwischen Natur und Kunst, zwischen Natur und Zivilisation das Thema selbst. Deswegen wird die FZ sichtbar dargestellt und nicht mehr verdeckt. Es geht Merz nicht um die Himmelfahrt und das Abendmahl, sondern um Natur und Zivilisation. Ein großer Sprung vorwärts in der Kunst der numerischen Sensibilität.

#### Die harmonikalen Proportionen

Die Harmonik geht auf Pythagoras zurück und ihre Lehre ist, daß nicht nur unser Ohr ganzzahlige Intervallproportionen bevorzugt – die Pythagoräer glaubten ja daran, daß die ganze Welt durch das Verhältnis (logos) ganzer Zahlen beschrieben werden kann –, sondern daß diese Intervalle der Musik auch Naturgesetze sind, siehe Johannes Keplers „Weltharmonik“.

Die 12 musikalischen Hauptintervalle entstehen durch die Teilungen einer Saite nach ganzzahligen Verhältnissen. Schwingt eine Saite (einer beliebigen Länge) erhalten wir den Grundton, die Tonika. Vibriert nur mehr die Hälfte, besteht also das Verhältnis 1:2, steigt der Ton und wir erhalten die Oktave. Das Verhältnis der Saitenlängen, die schwingen, zu denen, die nicht schwingen, kann auch als Verhältnis von Wellenlängen und von Frequenzen aufgefaßt werden. Wo immer aber die gleiche Proportion zwischen schwingendem und ruhigem Saitenabschnitt vorhanden ist, erklingt das gleiche Intervall. Die weiteren Proportionen der 12 Hauptintervalle sind

2:3 Quinte (der Ton steigt um ein Fünftel)	5:9 kleine Septime
3:4 Quarte	8:9 große Sekunde
3:5 große Sexte	8:15 große Septime
4:5 große Terz	15:16 kleine Sekunde
5:6 kleine Terz	32:45 Tritonus
5:8 kleine Sexte	

Für die traditionelle Musiktheorie gelten die Intervalle bis zur kleinen Sexte als Konsonanzen, der Rest als Dissonanzen.

In harmonischer Proportion befinden sich die 3 Zahlen a, b und c in folgender Proportion:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \quad \text{oder} \quad \frac{c}{a} = \frac{c-b}{b-a}$$

Man nehme zum Beispiel für a, b und c: 2, 3 und 6.

Gerade die Folge der Konsonanzen hat Glieder:

1:2, 2:3, 3:5, 5:8;

Oktave, Quinte, große Sexte, kleine Sexte;

die mit den ersten Gliedern der Fibonacci-Reihe, als Brüche definiert, übereinstimmen: 1/2, 2/3, 3/5, 5/8... bzw. 2/1, 3/2, 5/3, 8/5...

Und gerade diese rationalen Brüche oder ganzzahligen Verhältnisse bzw. Proportionen kommen dem tatsächlichen geometrischen Verhältnis zwischen Diagonale d und Seite s im Pentagramm/Pentagon immer näher; und zwar je dichter das Proportionsintervall, desto genauer. Die Beziehungsgleichung zwischen Diagonale d und Seite s lautet ja beim Pentagramm:  $d^2 = s^2 + d \cdot s$ . Demgemäß gilt  $d:s = s:(d-s)$ . d soll sich zu s wie s zur Differenz von d - s verhalten.

Dieses Verhältnis müsste nach pythagoräischer Lehre rational sein, daher  $d$  und  $s$  ganzzahlig. Versuchen wir nun, diese Forderung zu erfüllen, und dieses (geometrische) Verhältnis von  $d$  und  $s$  mit Zahlen zu besetzen, so sehen wir, daß dies mit Paaren aus der FR oder Harmonik am besten gelingt.

$d$  1 2 3 5 8 13 21  
 $s$  1 1 2 3 5 8 13  
 $d - s$  0 1 1 2 3 5 8

$\frac{d}{s} = \frac{s}{d-s}$  kann man ja transformieren in  $d(d-s) = s \cdot s$ .

Wenn wir nun die obigen Zahlen in diese Gleichung einsetzen, müßten bei  $d(d-s)$  und  $s \cdot s$  die gleichen Summen herauskommen.

$d(d-s) \dots 0 \ 2 \ 3 \ 10 \ 24 \ 65 \ 168$   
 $s \cdot s = s \dots 1 \ 1 \ 4 \ 9 \ 25 \ 64 \ 169$

Es klappt nur fast, denn wenn wir die untereinanderstehenden Zahlen dieser Zeilen vergleichen, sehen wir, daß der Unterschied immer geringer wird, je größer die Zahlen werden. Dennoch wird man nie zwei Zahlen finden, seien sie noch so groß, für welche  $d(d-s)$  exakt gleich  $s \cdot s$  ( $= s^2$ ) ist.

Was war nun diese Beziehung von Diagonale  $d$  und Seite  $s$  im Pentagramm eigentlich? Wenn wir  $d$  als ganze Strecke  $x$  plus  $y$  nehmen, und  $s$  als die größere Strecke, dann ergibt die Differenz  $d - s = (x + y) - x$  also die kleinere Strecke  $y$ . Wenn sich nun  $d : s$  wie  $(x + y) : x$  verhalten soll, dann verhält sich auch  $s : (d - s)$  wie  $x : y$ . Das bedeutet aber:  $d : s = s : (d - s)$  beschreibt die gleiche Proportion wie  $(x + y) : x = x : y$ . Das Verhältnis  $d : s = s : (d - s)$  des Pentagramms hieß daher bis zum Mittelalter „proportio divina“ und seit der Renaissance Goldener Schnitt.

Diese Proportion war zwar durch die Fibonaccizahlen am annäherndsten mit Hilfe ganzer Zahlen zu errechnen – wie es der Pythagoräische Traum vorschrieb –, aber wie wir gesehen haben, nie exakt. Es blieb immer ein Rest. Dieser bedeutet, daß Diagonale und Seite eines Pentagramms in ihrem Verhältnis nicht durch zwei ganze Zahlen, als rationaler Bruch, darstellbar waren, daß also  $d$  und  $s$  kein gemeinsames Maß haben, also inkommensurabel sind. Das Verhältnis von größerer Strecke  $x$  (Major) zur kleineren Strecke  $y$  (Minor) des Goldenen Schnittes tendierte zwar wie die Brüche aus aufeinanderfolgenden Fibonaccizahlen einem Grenzwert zu, nämlich  $\frac{x}{y} = \frac{(1 + \sqrt{5})}{2} = 1.61803 \dots$ , doch ist dies wegen  $\sqrt{5}$  ein irrationaler Bruch.

In der Praxis wäre diese Inkommensurabilität, Unmeßbarkeit, durch ein Fortsetzen der FR zu immer größeren Zahlen vernachlässigbar und das Verhältnis von  $d : s$  bzw.  $x : y$  mit gewünschter Genauigkeit erreichbar gewesen, doch theoretisch nicht mehr. So zerbrach der Pythagoräische Traum, und der Begriff der Inkommensurabilität wurde denkbar.

Für den Hauptwert des GS (0,618), den Major, kannte man also bereits seit der Antike als Annäherungslösung die harmonikale Proportion  $5 : 8$  ( $= 0,625$ ), die nur um 0,007 von ihm abweicht. Wahrscheinlich hat man aus praktischen Gründen immer mit solchen Annäherungswerten gearbeitet, die man aus der Harmonik oder der FR nahm. Denn, wie gesagt, der GS liegt einerseits zwei Intervallproportionen sehr nahe, nämlich zwischen der kleinen und der großen Sexte ( $5 : 8$  und  $3 : 5$ ), andererseits hat die Fibonacci-Folge als Grenzwert den Major (0,618...) des GS, wenn wir das Verhältnis von Major  $M$  und Minor  $m$  des GS in Dezimalbrüchen ausdrücken wollen. ( $m : M = M : [m + M]$  ist gleich  $0,38197 \dots : 0,61803 \dots = 0,618 \dots : 1$  oder  $0,618 \dots : 1 = 1 : 1,618 \dots$ )

Die Punkte ... bedeuten, daß die Brüche unendlich sind.) Deswegen kann man mit Quadraten von den Seitenlängen 1, 2, 3, 5, 8, 13... (also FZ) Rechtecke aufbauen, deren Seitenverhältnisse ständig besser dem des Goldenen Schnittes entsprechen. Die Fibonaccischen Zahlenverhältnisse nähern sich immer besser dem irrationalen Verhältnis  $d : s$  an, so wie man aus jedem Rechteck, dessen Seitenlängen gleich Diagonale  $d$  und Seite  $s$  eines regelmäßigen Fünfecks sind, durch Abspaltung eines Quadrates ein dem vorigen ähnliches Rechteck bekommt – man aber an kein Ende kommt.

Für die praktische Berechnung des GS, wenn wir davon ausgehen, daß die zu teilende Strecke von der Größe der Zahl 1 sei und daher der Major 0,61803... und der Minor 0,38197... haben, gibt es folgende Verhältniszahlen:

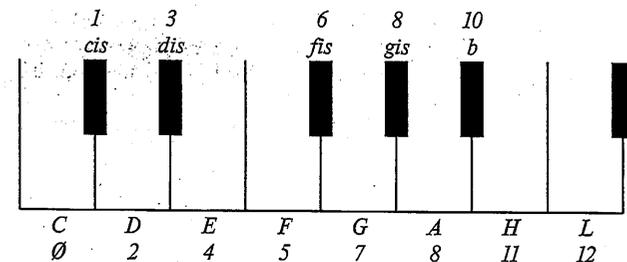
1:0,6	10:6,2	55:34,0
2:1,2	11:6,8	...
3:1,9	12:7,4	89:55,0
4:2,5	13:8,0	...
5:3,1	...	100:61,8
6:3,7	21:13,0	...
7:4,3	...	...
8:4,9	34:21,0	...
9:5,6	...	...

Sie sehen, die GS-Verhältniszahlen stimmen teilweise annähernd mit den harmonikalischen Proportionen bzw. Brüchen aus Fibonaccizahlen überein.

Eine andere Annäherung an die harmonikalischen Proportionen hat J.S. Bach mit seinem wohltemperierten Klavier durchgeführt.

Während die griechische Harmonielehre bzw. die FR auf ganzen Zahlen und deren Verhältnis aufgebaut (also arithmetischer Natur) waren,<sup>5</sup> konstruierte Bach eine geometrische Reihe (ähnlich der geometrischen Natur des GS) als Basis für seine Harmonik.

Wie bereits erwähnt, ist das Schwingungsverhältnis von Tonika zu Oktav 1:2.



Die 11 zwischen Tonika und Oktav liegenden Töne sollen sich nicht durch (verschiedene) ganzzahlige Verhältnisse ergeben (wie dies ein sehr guter Geigenvirtuose auszuführen vermag, indem er mit dem Bogen die Saiten in entsprechenden Proportionen zum Schwingen bringt), sondern alle in gleichem Verhältnis zueinander stehen. Das bedeutet für aufeinanderfolgende Töne  $x, y, z$  die Beziehung  $x : y = y : z$  oder  $y = \sqrt{x \cdot z}$  (geometrische Reihe).

Damit das Verhältnis 1:2 zwischen Tonika und Oktav auch erhalten bleibt, wenn alle benachbarten Töne ein konstantes Schwingungsverhältnis haben, ist es notwendig, daß dieses gleich  $1 : \sqrt[12]{2}$  ist. Von der Tonika zur Oktav kann man daher die einzelnen 12 Töne durch die folgende geometrische Proportion genau festlegen:

$$1, \sqrt[12]{2}, \left(\frac{12}{\sqrt{2}}\right)^2, \left(\frac{12}{\sqrt{2}}\right)^3, \left(\frac{12}{\sqrt{2}}\right)^4, \dots, \left(\frac{12}{\sqrt{2}}\right)^{12} = 2.$$

Aus dieser Gleichberechtigung aller Töne durch Glättung der arithmetischen Verhältnisse entwickelte sich die 12-Tonmusik Hauers und Schönbergs mit ihren eigenen Gesetzmäßigkeiten.

Wegen der Ungenauigkeit der Messungen kann das Vorkommen des GS in Wirklichkeit aber ein Beweis für harmonikalisches Bauen sein. Denn das Maßverhältnis des Goldenen Schnittes wurde von den Pythagoräern selbst am Pentagramm entdeckt und beendete ihren harmonikalischen Traum, alles auf einfach ganzzahlige Zahlenverhältnisse zurückführen zu können. Der GS und die Harmonik sind also gewissermaßen Gegner, das eine ist eine Serie von irrationalen Brüchen, das andere von rationalen Brüchen. Ein irrationaler Bruch ist ein Quotient von Zahlen, der (im allgemeinen im Zähler) mindestens eine Wurzel (aus einer positiven Zahl) enthält, was einen unendlichen nichtperiodischen Dezimalbruch ergibt. Ein rationaler Bruch ist ein Quotient zweier natürlicher (oder ganzer) Zahlen, was einen endlichen oder periodischen (in seiner Bauart also durch endlich viele Ziffern beschreibbaren Dezimalbruch) ergibt.

Zweitens wurde die Apotheose des GS durch Luca Pacioli (1445–1514) in seinem Buch „Divina proportione“ über den GS (mit Abbildungen von Leonardo da Vinci) unter dem Eindruck des religiösen Dogmas von der Trinität geführt, sodaß es durchaus wahrscheinlich ist, daß bis dahin nach harmonikalischen Intervallproportionen gebaut worden war, was einfacher, meßbarer und rationaler (im doppelten Sinne des Wortes) war als mit den irrationalen, inkommensurablen, komplizierten GS-Zahlenverhältnissen. Oder nach Fibonacci-Zahlen, deren Brüche ja auf einen Grenzwert zu tendieren, welcher der Major des GS (0,618...) ist. Die Fibonacci-Reihe schlägt also gemeinsam eine Brücke zwischen dem GS und der Harmonik: Der Major liegt nämlich den musikalischen harmonikalischen Konsonanzen in Gestalt der beiden Sexten (3:5, 5:8) am nächsten.

Harmonik, GS und FR berühren sich in vielen Punkten, Eigenschaften und Gesetzmäßigkeiten, stehen aber im Grunde jedes für sich, wenn nicht in Gegensatz zueinander. Sie bilden die bzw. kommen aus der ersten Grundlagenkrise der Mathematik. Wir haben gesehen, die Harmonik besteht aus ganzzahligen Intervallproportionen, welche wie die FZ ein ganzzahliges Verhältnis zueinander haben, ein arithmetisches (arithmos bedeutet ganze Zahl) Verhältnis. Der GS ist aus Strecken gebildet, die nicht exakt durch das Verhältnis zweier ganzer Zahlen ausgedrückt werden können, sie sind inkommensurabel, aber man kann sie zeichnen, sie haben ein geometrisches Verhältnis. Die Fibonacci-Reihe ist die Zahlenfolge, mit der man am besten die stetige geometrische Teilung des GS ganzzahlig darstellen kann (in ganzzahligen rationalen Brüchen). Das macht die FR so geeignet für die Symbolisierung des Imaginären, Irrationalen, Unendlichen, für die Darstellung der Natur und des Organischen.

Der harmonikalische pythagoreische Traum geht davon aus, daß die Welt durch das Verhältnis ganzer Zahlen beschrieben werden kann. Da das griechische Wort für Verhältnis logos im Lateinischen ratio heißt, nennen wir die Verhältnisse ganzer Zahlen (arithmoi) rationale Zahlen. Sie bilden auch den Mythos für einen rationalen, logischen Aufbau der Welt. Doch aus der Zahl selbst, aus den Eigenschaften der arithmoi, den Verhältnissen ganzer Zahlen, wurde die Irrationalität geboren. Aus dem Schoße der Ratio, dem Zahlenverhältnis, entsprang die Irrationalität. Das Symbol des Maßes, die Zahl, gebar auch die Idee der Inkommensurabilität, des Nichtmeßbaren. Denn ausgerechnet das Geheimabzeichen der Pythagoreer, das Pentagramm, ließ sich nicht exakt ganzzahlig, rational darstellen. Wenn schon nicht einmal das Pentagramm als Verhältnis ganzer Zahlen beschrieben werden konnte, dann natürlich auch nicht die Welt. Die Pythagoreer trugen diesen Traum, obwohl ihnen schon seit dem 5. Jahrhundert vor Christi der Begriff der Inkommensurabilität bekannt war: Der Beweis für die Unmöglichkeit, das Verhältnis der Quadratwurzel aus zwei zur Einheit in ganzen Zahlen auszudrücken, also der Unmöglichkeitsbeweis für die Beziehung  $d^2 : s^2 = 2s^2 = d^2$ . Die Seite s und die Diagonale d des Quadrates waren schon inkommensurabel. Die ungeheure Tragweite dieser Entdeckung der Inkommensurabilität und des Irrationalen aus dem Schoße des Maßes und der Ratio selbst hat nicht nur die griechische Mathematik erschüttert.

Diese mutuelle Verpflichtung, Verschränkung von meßbar und nichtmeßbar, rational und irrational steht auch im Zentrum von Merz' Werk. Seine Kunst ist irrational auf dem Boden der Ratio. Auch die Quadratur des Krei-

ses, der Versuch, Kurve und Gerade ident werden zu lassen, indem einem Kreise ein Polygon (Vieleck) eingeschrieben werden soll, dessen Seiten sich wegen ihrer Kleinheit mit dem Umfange des Kreises decken würden, ist eine ebensolche Verschränkung, welche über die Begriffe Stetigkeit, Kontinuum, Begrenztes – Unbegrenztes der Frage nach der unendlichen Teilbarkeit, dem Unendlichkleinen und -großen nachgeht. Der Igu als Polygon, als Kugel über einem Würfel, ist die Quadratur des Unbegrenzten, die Vermeßbarkeit des Unendlichen, ist die Zentrierung des Menschen im All, die Lokalisation im Unendlichen. Merz leugnet die Irrationalität sowenig wie die Inkommensurabilität und das Unendliche, ja er stellt sie uns vor, er imaginiert sie, aber seiner numerischen Sensibilität folgend öffnet er die Schlitz, durch die das Unendliche flutet, ohne daß wir deshalb den Boden unter den Füßen verlieren.

Merz' Kunst kündigt von Irrationalität, Inkommensurabilität und Unendlichkeit, aber aus der Perspektive der Ratio, des Maßes und des Endlichen. Merz schließt die Augen nicht, um über die Abgründe zu wandern, noch spannt er Sicherheitsnetze, noch leugnet er die Schluchten. Er versteht es, uns im Beweglichen einen festen Platz zu geben. Er baut uns ins Nichts ein Haus. Das Unbegrenzte wird weder kleiner noch das Kleine der einzige Fixpunkt. Er zimmert aus dem Meere selbst das Schiff. Er webt aus dem Stoff der Tiere selbst den Menschen. Er kennt Tragik und Transzendenz, Ausweglosigkeit und Optimismus zugleich.

Die Fibonaccizahlen kamen dem pythagoreischen Traum am nächsten. Denn das Verhältnis von Diagonale d und Seite s des Pentagramms, das in der Form  $d : s = s : (d-s)$  als „göttliche Proportion“ bzw. „Goldener Schnitt“ bekannt ist, ist durch Fibonaccizahlen am annäherndsten zu errechnen, wenn auch nicht ganz. Denn wie die Brüche aus aufeinanderfolgenden Fibonaccizahlen strebt auch das Verhältnis der größeren Strecke zur kleineren Strecke des Goldenen Schnittes einem Grenzwert zu, nämlich  $\frac{x}{y} = \frac{(1 + \sqrt{5})}{2} = 1.61803 \dots$ , doch ist dies wegen  $\sqrt{5}$  ein unendlicher irrationaler Bruch, was soviel heißt wie, daß eben der GS nicht restlos durch rationale Brüche ganzer Zahlen beschreibbar ist, sondern ein unauflöslicher, wenn auch bei immer größeren FZ immer kleiner werdender Rest bleibt – das Unendliche (welches die Punkte ... bedeuten). Merz hat also die Fibonaccizahlen nicht nur als Zahlen des Wachstums, der Zeit und der Evolution gewählt, sondern auch als Grenzwert des Unendlichen. Die FZ figurieren als Wachstum, Zeit, Unendlichkeit, pythagoreischer Traum und Unmeßbarkeit in einem. Durch die FZ drückt Merz seinen Glauben an die

unendliche Evolution aus. Das Irdische nähert sich immer mehr dem Ewigen, das Irdische immer mehr dem Paradies, die Hölle immer mehr dem Himmel, das Pflanzliche, Tierische und Menschliche immer mehr dem Göttlichen – so wie die Fibonacci'schen Zahlenverhältnisse sich immer besser dem irrationalen Verhältnis  $x:y$  annähern. Die FR schlägt eine Brücke zwischen zwei unversöhnlichen Gegnern, dem GS, der Serie irrationaler Brüche, und der Harmonik, der Serie rationaler Brüche. Das macht die Fibonaccireihe so geeignet für die Symbolisierung des Imaginären, Irrationalen und Unendlichen, für die Darstellung der Natur und des Organischen, im Werk von Merz.

*Da wir die Geduld des Lesers nicht weiter beanspruchen wollen, beenden wir hier diese kleine Exkursion in die Zahlentheorie mit einem Ausblick auf die noch möglichen Felder und Probleme, als da sind: die Abbildung von verschiedenen Quadraten in einem Quadrat, die numerischen magischen Quadrate, die Inversion des Kreises, die Fermatschen Zahlen, Transformationen, Partial-Funktionen, numeri idonei, die Wurzelschnecke, das harmonische Dreieck, die Pascal'sche Schnecke, das Diagonalverfahren, die Zahl der Universalbibliothek, die Reihen, die logarithmische Spirale, die Symmetrie, die Möbius-Schleife, usw. All diese numerischen und geometrischen Merkwürdigkeiten haben in der Geschichte der bildenden Kunst, Architektur und Musik ihre tiefgreifende Wirkung gezeitigt, besonders im 20. Jahrhundert. Daher stünde es einem größeren Hause einmal wohl an, dem Thema „Die Zahl in der Kunst des 20. Jahrhunderts“ eine umfassende Ausstellung zu widmen. Aber wahrscheinlich ist der gegenwärtige Kunstbetrieb schon so abgewrackt, daß er nicht mehr imstande ist, seine eigenen geistigen Voraussetzungen zu erfassen.*

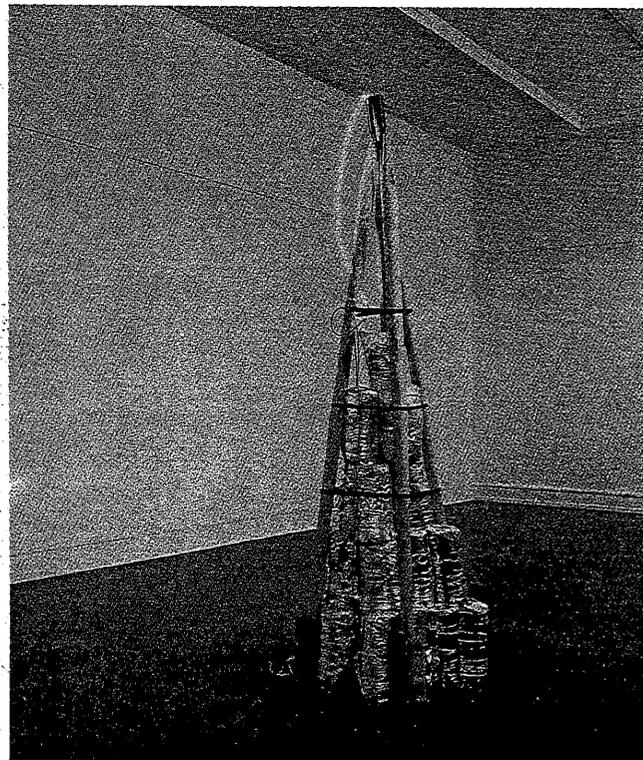
Aus der Analyse der Kuriosa der Zahlenkunde konnten wir zentrale Topoi des Merzschen Werkes wie Wachstum, Evolution, Imaginäre, Irrationale, Unendlichkeit, Inkommensurabilität, Harmonik, Organische etc. ableiten, die Bewegung der Merzschen Kunst erforschen.

Ich möchte aber, wie versprochen, noch ein weiteres Beispiel für die Reichweite meiner Methode der Analyse der numerischen Sensibilität vorstellen, indem ich erkläre, wie Merz von der Zahl zur Elektrizität, vom Hasen zum Neon kam.

„Ich will die Elektrizität ins Bild aufnehmen, ich will nicht sagen, meine Arbeit ist Elektrizität. Ich will Elektrizität in die neue Landschaft von heute einführen. Hier kann man sagen, es handelt sich um eine Landschaft, eine richtige moderne Landschaft mit Elektrizität, Zeitungen, Holzbündeln, Glas“, sagt Mario Merz.

Davor möchte ich aber noch einige Hinweise zur Entstehung des Iglus geben. Die Darstellung der Fibonaccizahlen auf dem Papier untereinander ergibt ein spitzes Dreieck. Dieses spitze Dreieck erinnert an den Schwanz eines Krokodils. Vielleicht liegt hier eine Inspirationsquelle für die Wahl dieses Tieres. Gleichsam als Bestätigung gibt es eine Arbeit, wo das auslaufende Dreieck der FZ in den beginnenden Schwanz eines Krokodils übergeht. Das spitze Dreieck der FZ kann von der Fläche durch eine Drehung

ähnlich wie bei der Phyllotaxis in ein räumliches Objekt verwandelt werden, dann hat es eine konische Form. Das häufige Auftreten konischer Formen (besonders in der Wiener Ausstellung), sei es als Objekte wie ein geflochtener konischer Korb (1969) wie das zeltförmige Arrangement von Stangen (1980), sei es in Zeichnungen, hat seinen Ursprung in einer Abwandlung der FR. Spirale wie Konus sind räumliche Variationen der Fibonacci-Reihe. Die graphische Form der FR erinnert auch an ein Zelt. Vielleicht hat das abstrakte Zelt der FR Merz zur Idee der Behausung geführt und aus ihr die Idee des Iglus entwickeln lassen (begleitet von der Idee des spiralförmigen Schneckenhauses). Spirale, Konus und Zelt haben in der für Merz typischen Verschränkung von Leere und Nicht-Leere, von Transparenz und Nicht-Transparenz, von geschlossen und offen, von Haus und Nicht-Haus, aus der graphischen Anordnung der Fibonacci-Reihe als vertikale Achse den Iglu entstehen lassen: „Igloo Fibonacci“ wie eine Zeichnung lautet. Ein weiteres Motiv, die Proliferation der Tische, erwächst dann aus dem Motiv des Hauses, des Iglu.

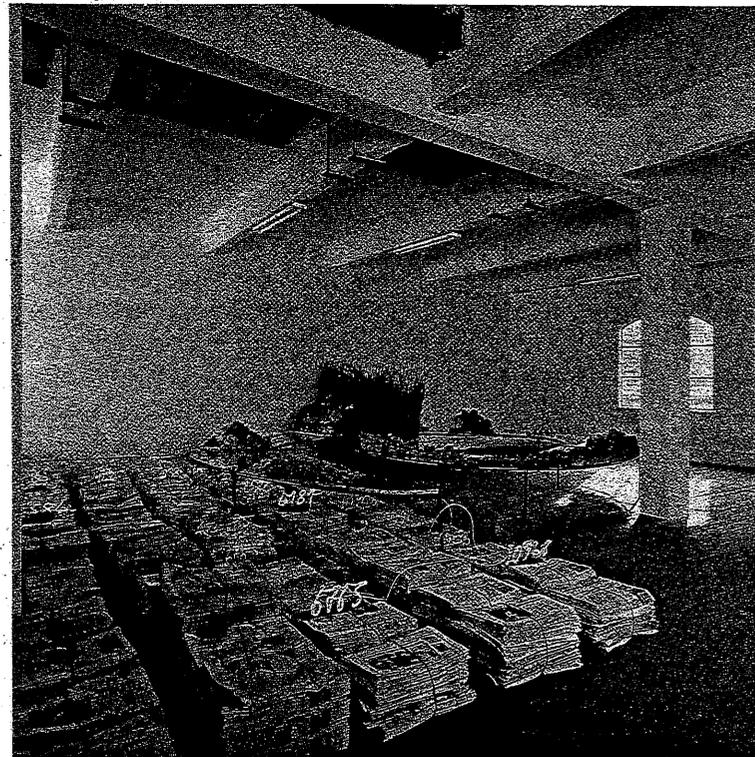


Es zeugt von der Kraft des Denkens, der Kraft der Kunst von Mario Merz, daß er die Beziehung zwischen Zahl und Elektrizität, den gemeinsamen Nenner von Hase und Neon in der Zahl, in ihrer Tiefe in der Sprache der Kunst zur Anschauung bringen und inszenieren konnte. Schon in den Bildern der 50er Jahre taucht nämlich die Lampe auf: „Lampe“ (1957). Elektrizität ist nicht nur ein Synonym für Schnelligkeit, Modernität, Stadt, Künstlichkeit, wie schon bei den Futuristen. „Malerei ist für mich Schnelligkeit“, sagt auch Merz. Neben dieser einen Quelle für die Elektrizität in Merz' Werk ist die andre die Verbindung von Zahl und Elektrizität. Die Zahl bildet nämlich die Grundlage der elektronischen Welt.

George Boole (1815–1864) hat schon im 19. Jahrhundert das digitale Prinzip eingeführt, in seinem Buch „Laws of Thought“, der Begründung des Logikkalküls. In diesem Buch steht der Satz „Die Bedeutung der Symbole 0 und 1 im System der Logik sind das Nichts und das All“. Er folgt dabei der Spur des binären Zahlensystems von Leibnitz, das darin besteht, alle Zahlen durch bloß zwei Ziffern (0, 1) darzustellen. Die binäre Darstellung der Zahlen gehört zur Grundlage der digitalen Welt. Denn erst mit ihrer Hilfe kann man durch Elektrizität Zahlen darstellen, kann der Computer rechnen. Hat nämlich der Logiker Boole die Symbole 0 und 1 mit Nichts und All gleichgesetzt und darauf einen Logikkalkül, eine Netzalgebra etc. aufgebaut, so konnte der Ingenieur daraus Schaltungssysteme ableiten, indem für das Symbol 1 Elektrizität und für das Symbol 0 Nicht-Elektrizität setzte. Floß Strom durch die Leitung hieß das 1, floß kein Strom durch die Leitung hieß das 0. Mit dieser sequentiellen Abfolge von Strom und Nichtstrom, von Elektrizität und Nichtelektrizität, von 1 und 0 konnte der Computer (eine elektrische Maschine) Zahlen darstellen und Rechenvorgänge ausführen. Die Darstellung digitaler Zahlen (das sind Zahlen, die nur durch zwei Ziffern ausgedrückt werden, nämlich 0 und 1) durch Elektrizität und Nicht-Elektrizität bildet die Basis für die elektronische Welt des Computers, für unsere elektronische, digitale Welt. Ein Dualismus, der sich aber zu etwas neuem verbindet (nämlich zwei Ziffern, die jeweils durch eine andere Anordnung eine andere Zahl darstellen), zeichnet das digitale Denken aus. Dieser binäre Code ist die neue Form der numerischen Sensibilität, der neue pythagoreische Traum: Elektronisierung der Welt. Zahl : Elektrizität : Digitalisierung der Welt. Die Zahl steckt also nicht nur hinter der Proliferation des Hasen, sondern steht auch in Zusammenhang mit der Elektrizität, mit dem Licht, dem Neon. Neon als digitales Symbol, als Symbol der Zahl, der Künstlichkeit.

Die Kohärenz des Denkens und der Kunst von Mario Merz zeigt sich in diesen Entfaltungen der Eigenschaften von Zahlen und ihrer Zusammenhänge mit anderen Wesenheiten.

Die Kohärenz ist aber in nuce schon in einer italienischen Kunstrichtung aufgetreten, der Merz nach eigenem Bekenntnis viel verdankt: im Futurismus. Die Beziehung Futurismus und Merz ist aber der Kunstkritik bisher verborgen geblieben. Wir wollen nur spezifische Punkte der „futuristischen Sensibilität“ (Marinetti 1913) mit Merz in Zusammenhang bringen, nämlich die Verwendung von Spirale und Elektrizität schon bei den Futuristen als Ergebnis einer „sensibilità italiana“ (F.B. Pratella, 1915). Im Zentrum dieser Kohärenz und Verwandtschaft mit Merz steht das Manifest „Der geometrische und mechanische Glanz und die numerische Sensibilität“ (Lacerba Nr. 6, 15. März 1914). Nun wissen Sie, woher ich einen Teil meines Titels bezogen habe und wie sehr ich Merz auf Italien und den Futurismus bezogen habe, 1915 erscheint in der Edizione futuriste di Poesia zu Mailand das Werk von Paolo Buzzi: „L'Ellisse è la Spirale“ (Die Ellipse und die Spi-



rale). Die Rolle der Spirale bei F. Hundertwasser und bei dem Land Artisten Smithson sei vollständigshalber erwähnt. 1911 veröffentlichte Corrado Govoni das Buch „Poesie elettriche“, 1909 Marinetti „Poupées électroniques“ über zwei Roboter. Marinetti verfaßte sogar ein Drama mit dem Titel „Elettricità“, das 1914 uraufgeführt wurde. Auch ein Gedicht des Titels „Elektrizität“ von Luciano Folgore ist uns bekannt. Spirale und Elektrizität haben also schon einmal eine Rolle in der italienischen Kunst gespielt, die von der Renaissance über den Futurismus bis zu Merz von einer numerischen Sensibilität profitiert und proliferiert.

Plas

sie:  
Gel

kur

des  
def

jed  
ele

Att

der

me  
ma

mc

get

- 3) Karl Marx: Pariser Manuskripte 1844. Hamburg 1969, S. 129; nach: Brigitte Wormbs: Über den Umgang mit Natur. Basel-Frankfurt 1978.
- 4) Weizsäcker, a. a. O., S. 97.
- 5) Theodor W. Adorno: Ästhetische Theorie. Frankfurt a. M. 1970, 1974, zu Schein und Ausdruck, S. 154-160.
- 6) nach Hans Mayer: Goethes Begriff der Realität, in: Deutsche Literatur und Weltliteratur, S. 9-30.
- 7) ebd.
- 8) Georg Lukacs: Essay über den Realismus. 1955, S. 52; nach: Hans Mayer, Anm. 6.
- 9) Mario Merz: Ausstellungskatalog Kunsthalle Basel, 1975 (Texte von Mario Merz, ediert und übersetzt von Marlis Gräterich und Carlo Huber).
- 10) Ernst Cassirer: Die Philosophie der Symbolischen Formen, zweiter Teil: Das Mythische Denken (1923-29). Darmstadt 1973, Kapitel II, Grundzüge einer Formenlehre des Mythos, Raum, Zeit und Zahl, S. 104ff.
- 11) Marlis Gräterich: Mythische Phantasie - Poetische Aufklärung, Mario Merz - Denken wie die Natur lebt: Der Fluß der Zahlen, in: Du, Zürich, März 1983; dies.: Die Bio-Logik von Mario Merz, in: Kunstforum Mainz, Bd. 15, 1976, S. 146ff.
- 12) Carl Amery: Natur als Politik - Die ökologische Chance des Menschen. Hamburg 1976, 1980, S. 37.
- 13) ebd., S. 36.
- 14) ebd., vgl. Titel.

\*

ZDENEK FELIX: Krokodile, Enlen und Zahlen - Zur Malerei von Mario Merz (63-67)  
Originalbeitrag, überarbeiteter Vortrag am 29. Oktober 1983 beim Kunstgespräch der Galerie nächst St. Stephan, Wien; copyright Zdenek Felix 1983.  
Geb. 1938 in der Tschechoslowakei; 1958 bis 1963 Studium der Philosophie und Geschichte an der Karlsuniversität Prag; 1965 bis 1968 Redakteur einer Kunstzeitschrift; 1969 bis 1970 Assistent an der Kunsthalle Bern, 1970 bis 1976 Konservator für moderne Kunst am Kunstmuseum Basel; seit 1976 Ausstellungsleiter am Museum Folkwang, Essen (1979 und 1982 Organisation der Ausstellungen von Mario Merz).  
Veröffentlichungen: Urs Lüthi, Zürich (Ed. Sälthli) 1978; Geschichte der neuen Malerei. Von Cézanne bis heute. Luzern (Verlag Kunstkreis) 1979; Kataloge des Museums Folkwang, Essen seit 1976.

\*

CERMANO CELANT: Der Zentaur gegen den Wind (77-94)  
Text aus: Mario Merz. Ausstellungskatalog San Marino 1983, hg. v. Cermano Celant. Mailand (Mazzotta) 1983; copyright Cermano Celant 1983.  
Geb. 1940 in Genua, ebd. Studium der Kunstgeschichte; Gastprofessuren in Houston, Los Angeles, Philadelphia, Toronto, Belfast, London, Chicago und Minneapolis; Organisator und Kurator internationaler Ausstellungen wie „Arte Povera“ (1968), „Conceptual Art, Arte Povera, Land Art“ (1970), „Il libro come lavoro d'arte“ (1972), „Il disco come lavoro d'arte dal futurismo all'Arte concettuale“ (1978), „Ambiente Arte“ (1976), „Identité italienne“ (1981), Kommissär der Documenta 7, Kassel 1982 und der Biennale di Venezia 1984; Mitarbeit am Museum of Modern Art, New York, Centre Pompidou, Paris, Fort Worth Art Museum, Museum of Contemporary Art, Los Angeles.  
Veröffentlichungen: Monographien über Piero Manzoni, Marcello Nizzoli, Louise Nevelson, Giulio Paolini, Francesco Lo Savio, Joseph Beuys, Michelangelo Pistoletto, Robert Rauschenberg, Robert Mapplethorpe, Jannis Kounellis, Mario Merz; Kataloge und Publikationen zu den genannten Ausstellungen.

Anmerkungen:

- 1) Alle in diesem Aufsatz in Anführungszeichen gebrachten Zitate stammen, wenn nicht anders vermerkt, aus Interviews und Schriften von Mario Merz.
- 2) C. Durand, Les Structures Anthropologiques de L'Imaginaire, Paris 1963.
- 3) C. Pavese, Il Mistero di Vivere, Turin, Einaudi, 1953, S. 186-87.
- 4) C. Pavese, La Letteratura americana e altri Saggi, Turin, Einaudi, 1953, S. 350-351.
- 5) J. Chevalier - A. Gheerbrant, Dictionnaire des Symboles, Paris, 1969.  
Übersetzung: Camilla R. Nielsen

\*

PETER WEIBEL: Kuriosa der Zahlenkunde und die numerische Sensibilität (95-124)  
Originalbeitrag, überarbeiteter Vortrag beim 28. Internationalen Kunstgespräch der Galerie nächst St. Stephan, Wien, 28. Oktober 1983; copyright Peter Weibel 1983.  
Geb. 1945 in Odessa, lebt seit 1964 in Wien; Medienkünstler und -theoretiker; Studium der Medizin und Logik (Logistik), Teilnahme an zahlreichen Veranstaltungen und Aktionen des Wiener Aktionismus und der Film- und Performancezene, Ausstellungen, Installationen, mediale Aktionen, Rockmusik (Hotel Morphila Orchester, Wien); 1979 bis 1981 Gastprofessor für Medienkunst an der Gesamthochschule Kassel, seit 1981 Professor für Gestaltlehre an der Hochschule für Angewandte Kunst, Wien.  
Veröffentlichungen: Wien. Bildkompendium Aktionismus und Film (mit Valie Export). Frankfurt (Kohlkunst)

1970; Kritik der Kunst - Kunst der Kritik. Wien-München (J & V) 1973; Studien zur Theorie der Automaten (Hg. mit Franz Kaltenbeck), München (Rognor und Bernhard) 1974; Österreichs Avantgarde 1900-1938 (mit Oswald Oberhuber), Wien (Galerie nächst St. Stephan) 1976; Erweiterte Fotografie (mit Anna Auer), Wien (Secession) 1981; Digitale Kunst. Linz (ars electronica) 1984.

Anmerkungen:

- 1) Dr. H. v. Hug-Hellmuth: Einige Beziehungen zwischen Erotik und Mathematik. Imago (Hg. S. Freud), Bd. 4, Wien-Leipzig (Hugo Heller Verlag) 1916, S. 52.
- 2) Das alchinesische „sakrale“ Rechnen begann mit 2 (—, weibliche oder weiche Linie) und 3 (—, männliche oder feste Linie).

Daraus leitet sich auch die Bewertung der Linien bei der Deutung des Hexagramms ab, den „acht Urbildern nach König Wen“.

Leibnitz hat übrigens 1703 die Vermutung aufgestellt, die alchinesischen Zahlenthorien seien ein sinnvolles Ordnungsprinzip des Weltbildes auf binärarithmetischer Basis: „Erklärung der binären Arithmetik, die sich einzig der Zahl-Zeichen 0 und 1 bedient; mit Bemerkungen über ihre Nützlichkeit und über den Sinn, den sie den alten chinesischen Zeichen Fo-his verleiht“. (G. W. Leibnitz: Zwei Briefe über das binäre Zahlensystem und die chinesische Philosophie. (Belsar Presse) 1968.

„Das Überraschende daran ist, daß diese Arithmetik mit 0 und 1 den Schlüssel liefert zum Geheimnis der Linien-Zeichen eines alten Königs und Philosophen, genannt FO-HI, der vor mehr als viertausend Jahren gelebt haben soll und den die Chinesen als den Gründer ihres Reiches und ihrer Wissenschaft betrachten. Es gibt einige Linien-Zeichen, die man ihm zuschreibt“ (LEIBNITZ bezieht sich auf die Pa-kaa, die „Acht Urbilder“ oder Trigramme des FU HSI. Der legendäre Kulturschöpfer Chinas FU HSI soll zwischen 2953 und 2838 v. Chr. gelebt haben).

LEIBNITZ fährt fort:

„Sie haben alle Bezug auf diese Arithmetik; man braucht nur das sogenannte Acht-Cova-Zeichen einzusetzen, das als Grundzeichen gilt, und die Erklärung anzufügen, die ins Auge springt, nämlich, daß erstens eine durchgehende Linie (—) eine Einheit oder 1 bedeutet und daß zweitens eine unterbrochene Linie (—) für Null oder 0 steht. Die Chinesen wissen seit etwa tausend Jahren nicht mehr, was die Cova- oder Linien-Zeichen des FO-HI bedeuten; sie haben Kommentare darüber verfaßt, in denen sie nicht, wie ich weiß nicht wie weit hergeholt den Sinn für diese Zeichen suchten, so daß die RICHTIGE ERKLÄRUNG JETZT VON DEN EUROPÄERN KOMMEN MUSSTE“.

Maria-Louise von Franz, Schülerin von C. G. Jung, vertritt die Theorie, daß die alchinesische Zahlenauffassung mit der Idee des Zahlenfeldes verknüpft ist, in dem die einzelnen Zahlen als „rhythmische Konfigurationen“ auftreten: „In den entsprechenden ‚Weltmodellen‘ und mathematischen Gottesbildern dominiert die Bedeutung der ersten vier Zahlen in besonderem Maße, ebenso in den systematisierten Divinationstechniken der Vergangenheit“. Im Klappentext ihres Buches „Zahl und Zeit. Psychologische Überlegungen zu einer Annäherung von Tiefenpsychologie und Physik“ (Stuttgart [Klett] 1970) wird bemerkt: „Der Archetypus (im Sinne C. G. Jungs) wird in seinem Ordnungspaket, als welcher sich die Zahl erweist, zu einer neuen naturwissenschaftlich beschreibbaren Grundlage, die einer Reihe von Disziplinen gemeinsam ist“. Übrigens stammt auch das älteste magische Quadrat aus China. Es wurde dem Kaiser Yü durch die heilige Schildkröte vom Flusse Lo zugebracht:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

- 3) Natürlich mit den Einschränkungen, die Bombieri vorbringt: „There are very many old problems in arithmetic whose interest is practically rich, e. g. the existence of odd perfect numbers, problems about the iteration of numerical functions, the existence of infinitely many Fermat primes  $2^{2^n} + 1$  etc. Some of the questions may very well be undecidable in arithmetic; the construction of arithmetical models in which questions of this type have different answers would be of great importance“. (in: Browder [Hg.]: Mathematical Developments arising from Hilbert's Problems. Proc. Symp. Pure Math. 28 (1976). (American Mathematical Society), II [A], S. 36)
- 4) Doch auch in der Gegenwart zeitigen die Eigenschaften der Fz noch sehr brauchbare Resultate. Matyasevic hat in seiner berühmten (negativen) Lösung des 10. Hilbertschen Problems die Reihe der Fibonacci-Zahlen wesentlich benutzt, da diese exponentiell (also stark) wächst und diophantisch definierbar ist. Die FR ist die erste bekannt gewordene exponentiell wachsende Folge in der Literatur. Diesem historischen Faktum verdankt sie viel von ihrer Faszination und Stellung.
- 5) „Musik ist eine verborgene arithmetische Übung des seines Zählens unbewußten Geistes“, lautet die Definition der Musik bei Leibniz. Bachs Goldberg-Variationen (1742) für Cembalo, dreißig Variationen, auf einem durchgehenden Passacaglia-Bass aufgebaut, sind ein berühmtes Beispiel für musikalisch-mathematische Proportionen. Vergleiche auch die rationale Ästhetik der homophonen Kompositionstechniken der monodischen Harmonielehre, welche die

Einführung des Generalbasses in die Musikgeschichte mit sich brachte, bei Monteverdi, dem Begründer der modernen Musik.

6) Die Folge der Quadratzahlen ( $9_n = n^2$ :  $9_0 = 0^2$ ,  $9_1 = 1^2 = 1$ ,  $9_2 = 2^2 = 4$ , ...) hat auch eine sehr schöne Differenzfolge, die Folge der ungeraden Zahlen (1, 3, 5, ...). Auch hier wiederum die typische Verschränkung intuitiver Gegensätze (Quadratzahlen = ungerade Zahlen).

7) Es sei  $\alpha = (\frac{1+\sqrt{5}}{2})$  eine Wurzel von  $X = 1 + \frac{1}{X}$ , also  $\alpha - 1 = \frac{1}{\alpha}$  und  $x_{n+1} = f_{n+1} + f_n$  wobei  $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$  für  $n > 2$  (sprich:  $n$  größer als 2) Offenbar gilt  $x_n > 1$ .

$$\alpha - x_{n+1} = (\alpha - 1) + \frac{1}{x_n} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{x_n} = \frac{x_n - \alpha}{\alpha x_n} < \frac{1}{\alpha} (x_n - \alpha), \text{ da } x_n > 1$$

Damit sind  $x_2, x_3, \dots$  abwechselnd  $>$  (größer) bzw.  $<$  (kleiner) als  $\alpha$  und  $|\alpha - x_{n+2}| < \frac{1}{\alpha^2} |\alpha - x_n|$  wobei  $\alpha > 1$ .

Also:  $x_n$  konvergiert gegen  $\alpha$  und damit wächst  $f_n$  exponentiell.

Literaturhinweise:

Adolf Adam: Zur Strukturanalyse altchinesischer Zahlenpläne. Fünftausend Jahre Informatik im Fernen Osten. In: Informatika. Linz (Institut für Systemwissenschaften) 1980.

Oskar Becker: Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung. Frankfurt a.M. (Suhrkamp stw 114) 1975.

Paul Gohlke: Die ganzen Zahlen im Aufbau der Welt. Paderborn (Schöningh) 1965.

Otto Hagenmayer: Der Goldene Schnitt. München (Moos) 1977.

W.S. Andrews: Magic Squares and Cubes. New York (Dover) 1960.

Hein Fouché Gaines: Cryptanalysis. New York (Dover) 1956.

Helmut Kracke: Aus eins mach zehn und zehn ist keins. Reinbek (rororo) 1970.

Rudolf Haase: Der meßbare Einklang. Stuttgart (Klett) 1976.

J.A.H. Hunter, J.S. Madachy: Mathematical Diversions. New York (Dover) 1975.

H.v. Hug-Hellmuth: Einige Beziehungen zwischen Erotik und Mathematik. In: Imago IV, 1, Wien 1915.

The Mathematical Intelligencer, Vol 5, Nr. 2, 1983.

Alfredo Nieforo (Neapel): Kultur und Fortschritt im Spiegel der Zahlen. 1921.

E. Zederbauer: Die Harmonie im Weltall, in der Natur und Kunst. Wien-Leipzig (Orion) 1917.

\*

ROBERT FLECK: Mario Merz, die Plastik, Italien und 1968 (125-133) Überarbeiteter Vortrag beim 28. Internationalen Kunstgespräch der Galerie nächst St. Stephan, Wien, 29. Oktober 1983; copyright Robert Fleck 1983.

Geb. 1957 in Wien; Studium der Leibeserziehungen, Geographie, Geschichte und Philosophie in Wien, Innsbruck und Paris; Mitarbeit in Galerien; lebt seit 1981 in Paris und Wien als Historiker und Publizist.

Veröffentlichungen: Avantgarde in Wien. Die Geschichte der Galerie nächst St. Stephan, Wien 1954-1982. Kunst und Kunstbetrieb in Österreich. Wien-München (Löcker) 1982; Feuilletonbeiträge in: Spectrum, Wochenendbeilage von „Die Presse“, Wien; Weltpunkt Wien 1985 - Viennese point du monde 1985. Wien-München (Löcker) und Paris (in Vorb.); Kunstlexikon Österreich 1945-1985 (mit Soraya el Cordy). Wien-München (Löcker) in Vorb.; Die Revolutionen von 1848 in Europa - Form und Begriff. (Vergleichende Gesellschaftsgeschichte und politische Ideengeschichte der Neuzeit, hg. v. Helmut Reinalter). Innsbruck (Inn-Verlag) in Vorb.

Hinweise: Der Text (Vortragskonzept) wurde mit einem Kleincomputer Epson HX-20 erstellt und nach der Lektüre von Gilles Deleuze: L'Image-mouvement. (Paris 1983) konzipiert.

BILDNACHWEIS

Seite	
15	Mario Merz: o. T. (Ausstellung in der Galerie nächst St. Stephan, Wien 1983), 270 x 220 cm. (Copyright ebd.)
21	Francisco de Goya y Lucientes: Saturn verschlingt einen seiner Söhne. 1819-23. Museo de Prado, Madrid.
24	Constantin Brancusi: Prométhée. 1911.
25	Constantin Brancusi: Loiseau. 1925.
26	Jackson Pollock: Number One, 1949.
27	Joseph Beuys: Altes Meer mit Flugechse, 1956.
33	Bemaltes Lastauto, Pakistan 1981 (Foto S. 33, 34, 35, 36, 37, 39, Karl Wutt, Wien).
34	Ein Bub zeigt seine Zeichnungen her: Ziegen und ein Hirte oder Jäger, mit dem er sich selbst meint. Man sieht, wie sich ein guter Teil der Ornamentik und der Rangsymbole aus stilisierten Ziegenhörnern entwickelt. Die Ziege ist ein Schlüsselssymbol der Kalash-Kultur, immer wieder taucht es auf, oft in überraschenden Zusammenhängen.
35	Kinderspieler: Ein Steinbockgehörn aus Dornen.
36	Schematische Planskizze eines Dorfes mit Institutionen und Ritualbereichen. I: Ziegenhaus-Besitz, II: Familienhaus-Besitz; 1. 2: Klan-Häuser; 3: Dörflicher Kultplatz (devo-dur), 4: Klan-Friedhöfe, 5: Tabu-Bereich, das alte, nicht mehr benutzte Menstruationshaus. Das neue liegt am Fluß in Friedhofsnähe. 6: Denkmalfesten für Festgeber, 7: Tanzplätze, 8: Ort der rituellen Totenspeisung. Lastwagenmalerei.
37	Alljährliches Bemalen der Klan-Häuser. Die Bilder der Klan-Häuser sind den Felszeichnungen ähnlich und Gegenstücke davon. In beiden Fällen sind vor allem Kapriden, Haus- und Wildziegen, dargestellt. In diesen doppelten Bildnissen, als Rußmalereien der Klan-Häuser und Felszeichnungen der Taloberseiten, drückt sich der Gegensatz zwischen unbesohnter Wildnis und dem Dorf aus. - Nachdem das Klan-Haus frisch bemalt worden ist, wird darin am Ende der folgenden Nacht das Bild einer Wildziege zerstört. Es ist aus Teig verfertigt und steht an der „oberen“ Wand. In einer rituellen Jagd erlegen es die Knaben mit Steinwürfen oder einem winzigen Pfeil und Bogen. Nachdem man die Wildziegen heraufbeschworen und mit ihren Bildern die Klan-Häuser erneuert hat, werden sie mit viel Radau aus dem Dorf ausgetrieben und in die Felsbilder von Dizilawat am oberen Talende gebannt. Dizilawat bedeutet „Ort der Schöpfung“. Wenn man ein Klan-Haus nicht erneuern kann, sieht man seinem Verfall mit Gelassenheit entgegen und rührt keinen Finger. Andererseits hält man bis zuletzt an den Orten verfallener Klan-Häuser fest und frischt nach ihre schwächsten Spuren alljährlich, wenn es so weit ist und die Zeit von neuem beginnt, mit den traditionellen Malereien auf.
42	Mario Merz: Che fare?, 1969. Galleria L'Attico, Rom.
43	Mario Merz: o. T., ca. 1960. Öl auf Leinwand, 100 x 70 cm.
44	Mario Merz: Porträt einer Mauerechse, Porträts von einem Hühnerhabicht und einer Sphinx, die 50.000 Jahre vor dem Jahr 1983 hätte gemalt werden sollen, 1983. Galerie Buchmann, Basel. (Copyright ebd.)
46	Mario Merz: Schweißer, 1956. Öl auf Leinwand, 70 x 100 cm.
47	Mario Merz: Porträt einer Mauerechse, 1983. Galerie Buchmann, Basel. (Copyright ebd.)
49	Mario Merz: Pittore in Afrika, 1983. Galerie nächst St. Stephan, Wien. (Copyright ebd.)
50	"
51	"
52	"
54	Mario Merz: Ausstellung in San Marino, 1983. (Foto: Marlis Grüterich)
56	"
57 unten	"
59	"
60	"
61	"
57 oben	Mario Merz: Wachskonus, Turin 1968.
67	Mario Merz: Ein Brett mit Füßen wird zum Tisch, 1974. Installation in der Kunsthalle Basel, 1975. (Foto Christian Baur, Basel)
68	Mario Merz: Baum in Proliferation, 1976. (Foto Paolo Pellion di Persano, Torino)
69	Mario Merz: Krokodil, 1978. (Foto S. Licitra, Milano)
70	Mario Merz: Krokodil in der Nacht, 1978. (Foto Paolo Pellion di Persano, Torino)
71	Mario Merz vor „Objet cache-toi“, 1968. (Sammlung GräBlin, St. Georgen)